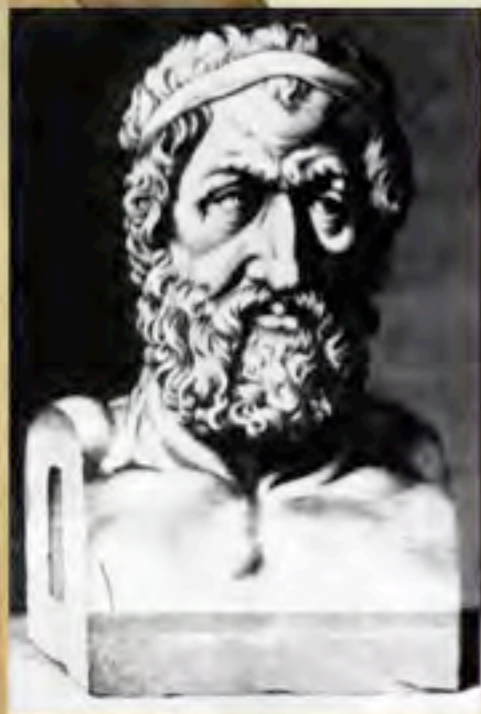
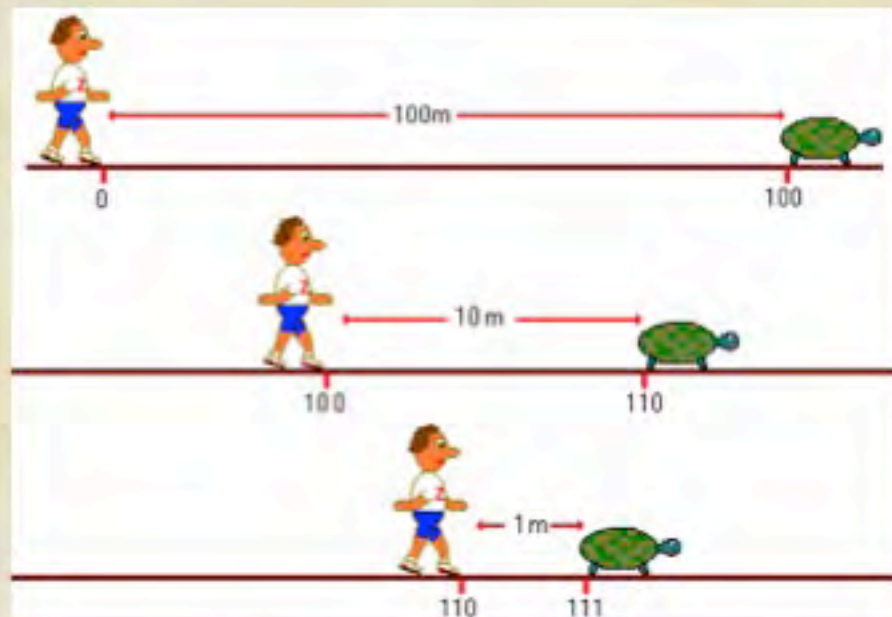


9^η Νύχτα : Παράδοξα και άλλα...



Ζήνων ο Ελεάτης
(488 – 430 π.Χ.)



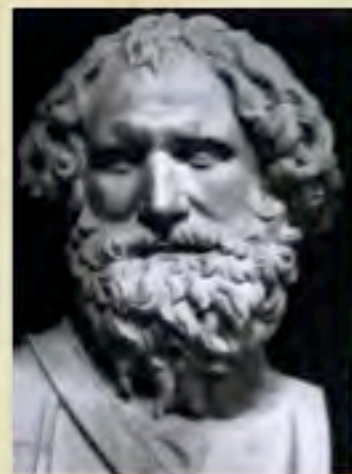
Ο Αχιλλέας και η Χελώνα

Αν ο Αχιλλέας αφήσει μια χελώνα να ξεκινήσει από ένα σημείο που βρίσκεται πιο μπροστά απ' αυτόν, τότε —αν και ξεκινούν την ίδια χρονική στιγμή— ο Αχιλλέας δεν φτάνει ποτέ την χελώνα.

Και αυτό γιατί: πρέπει πρώτα να φτάσει το μέρος απ' όπου ξεκίνησε η χελώνα. Κατά τον χρόνο αυτό, όμως, η χελώνα θα έχει πάει σε ένα άλλο σημείο, πιο μπροστά κ.τ.λ.

Είναι δυνατόν να έχουμε άθροισμα με άπειρους προσθετέους και να πάρουμε αποτέλεσμα έναν πεπερασμένο πραγματικό αριθμό;

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = ?$$



Αρχιμήδης (287 – 212 π.Χ.)

Μπορώ να τραβήξω κάνοντας αυτή τη δουλειά ώσπου να πέσω κάτω αναίσθητος. Στους αιώνες των αιώνων. Θα κοντεύω να φτάσω στο Ένα. Αλλά ποτέ δε θα φτάσω ακριβώς πάνω του

Και όμως δεν έχεις παρά να συνεχίσεις επ' άπειρον



Άπειροι
προσθετέοι



Πεπερασμένος
πραγματικός
αριθμός



Όριο Κύκλου
III

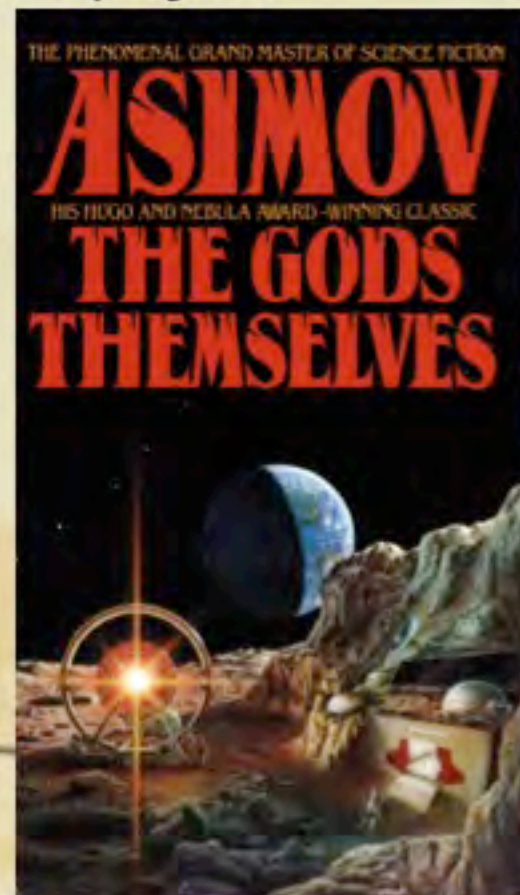
(M.C.Escher,
1958)

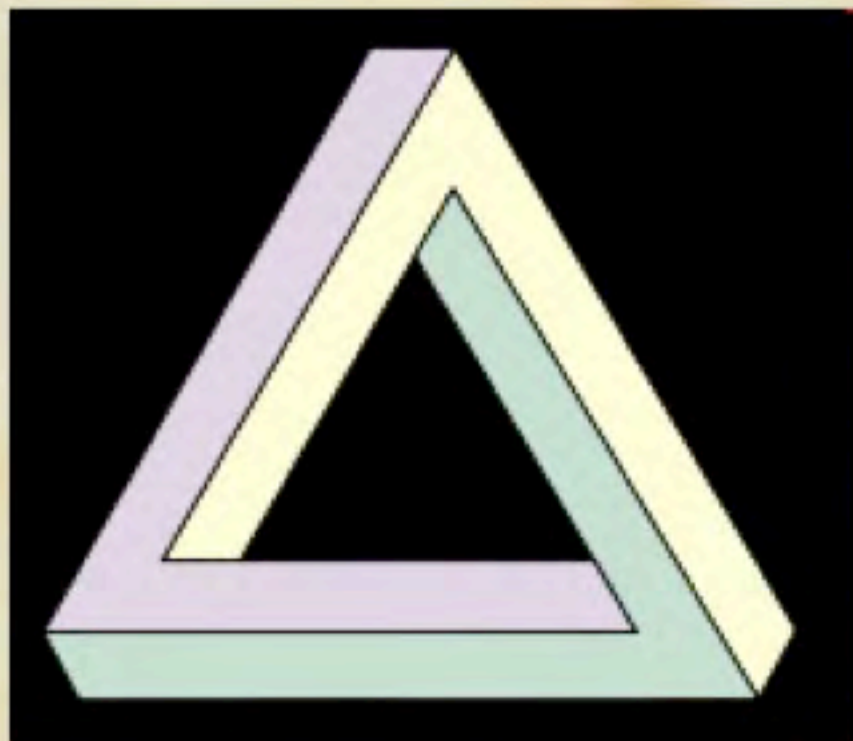
και άλλα... παράδοξα



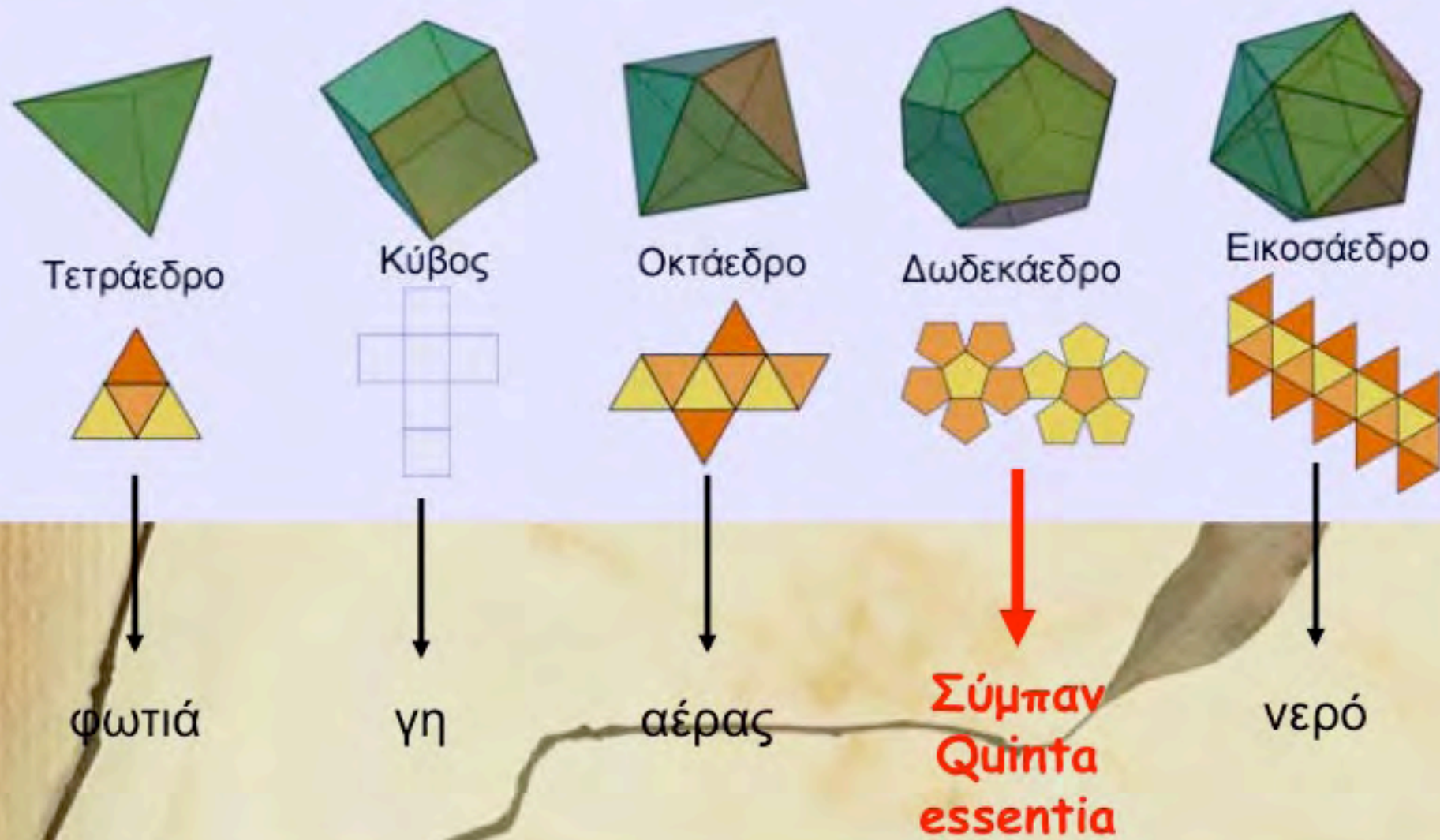
Waterfall (M.C. Escher, 1961)

«Η Αντλία Ηλεκτρονίου εκμεταλλεύεται, ακριβώς έναν δρόμο που είναι κατηφορικός και από τις δύο άκρες...»





10^η Νύχτα : Πλατωνικά Στερεά





Μυστικός Δείπνος του Salvador Dali (1904-1989)

Χρυσοί λόγοι χρησιμοποιήθηκαν για να καθορίσουν την θέση κάθε φιγούρας, ενώ ο θόλος του δωματίου σχηματίζεται από τις έδρες κανονικού δωδεκάεδρου.



Galacidalacidesoxyribonucleicacid (Dali 1963)



Truncated Tetrahedron

The 13 Archimedean Solids

These all have 2 or more types of regular polygons (e.g. triangles & squares).

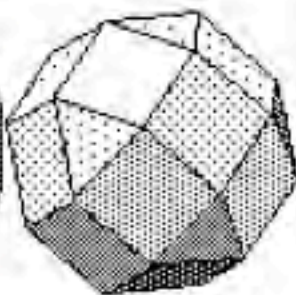
The truncated tetrahedron shows the "progression" from a tetrahedron to another tetrahedron, since the tetrahedron is a dual to itself, i.e., connecting the midpoints of the faces yields another tetrahedron pointing in the opposite direction from the original.

The row below shows the progression from a hexahedron (cube) to an octahedron.

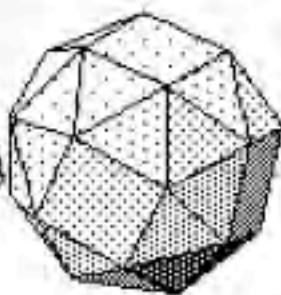
The bottom row shows the progression from a dodecahedron to an icosahedron, as corners are trimmed off and turned into other regular polygons.



Truncated Cube



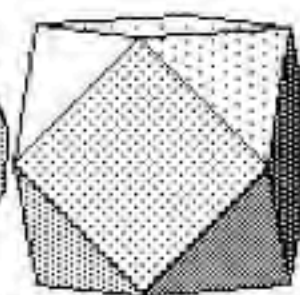
Rhombicub-octahedron



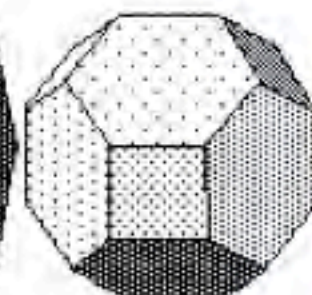
Snub Cube



(Rhombi)truncated Cuboctahedron



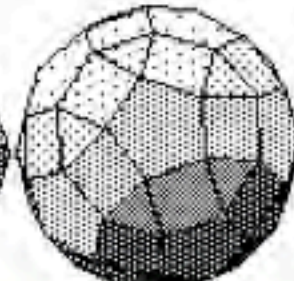
Cuboctahedron (Dymaxion)



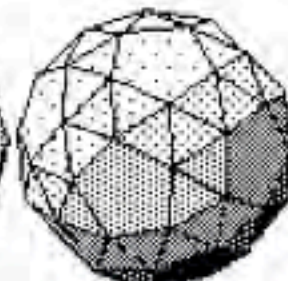
Truncated Octahedron (Mecon)



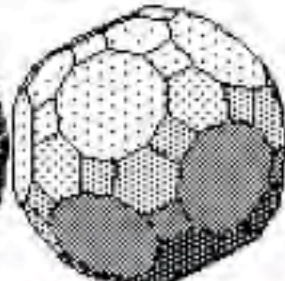
Truncated Dodecahedron



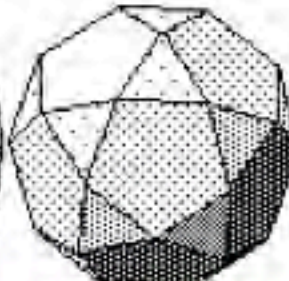
Rhombicosi-dodecahedron



Snub Dodecahedron



(Rhombi)truncated Icosidodecahedron

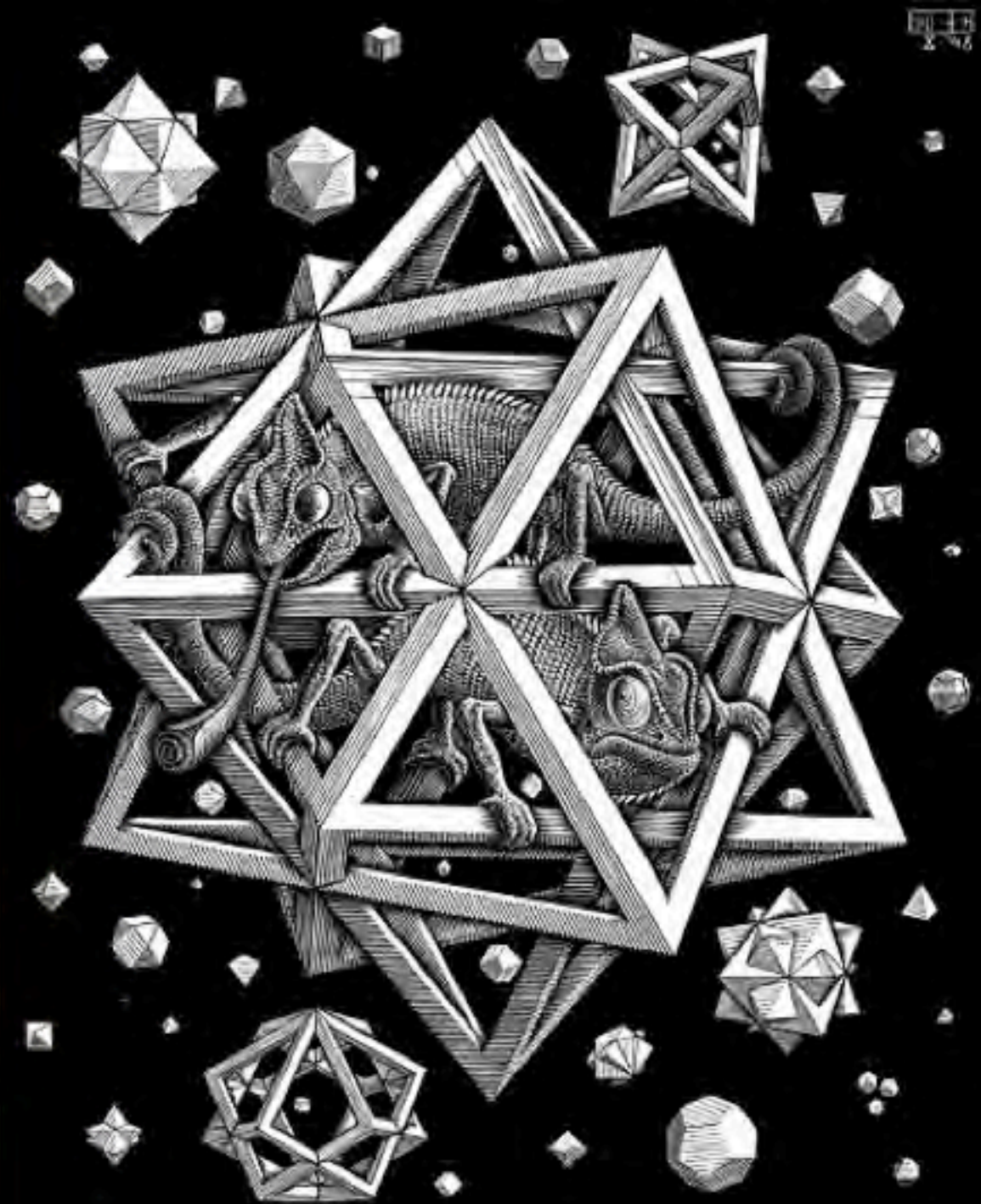


Icosidodecahedron



Truncated Icosahedron

Stars
M.C. Escher
(1948)



11^η Νύχτα: Η Έννοια και η Σημασία της Απόδειξης

Έχεις ποτέ προσπαθήσει να περάσεις ένα ορμητικό ποτάμι; Να κολυμπήσεις αποκλείεται, το ρεύμα θα σε παρέσερνε. Στη μέση όμως του ποταμού υπάρχουν μερικά μεγάλα βράχια. Τι κάνεις;



Ψάχνω να βρω πέτρες κοντά κοντά για να μπορέσω να πηδήσω από τη μία στην άλλη. Αν είμαι τυχερός θα φτάσω στην αντικρουνή όχθη.



Ε, το ίδιο γίνεται με τις αποδείξεις

Ευκλείδεια Γεωμετρία

πέντε αξιώματα

*Φανερή
Αλήθεια*

θεωρήματα

*Νέα
Αλήθεια*

αξιώματα

*Φανερή
Αλήθεια*

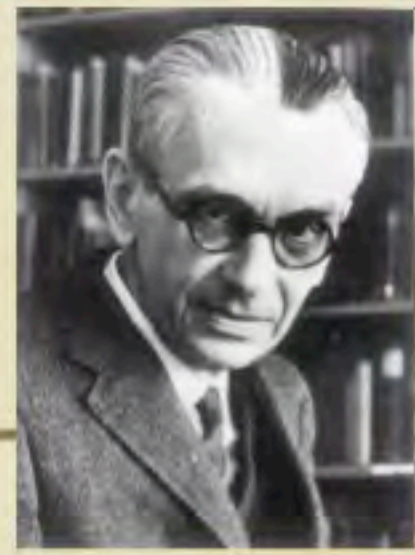
θεωρήματα

*Νέα
Αλήθεια*

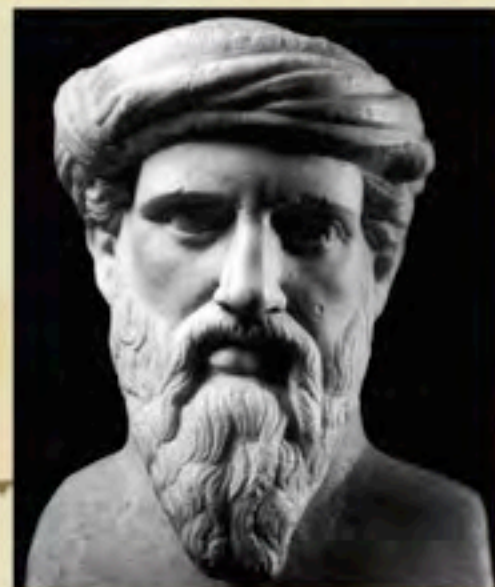
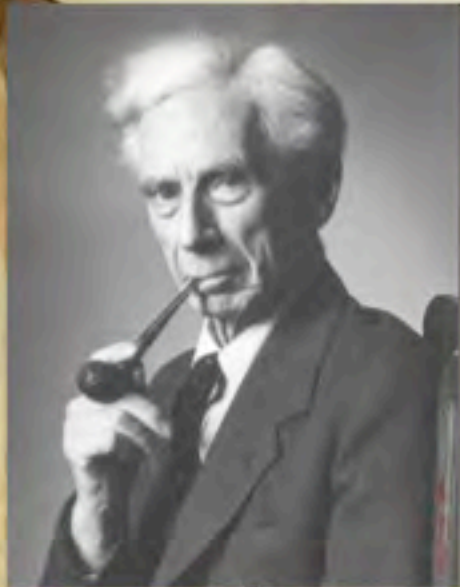
ΜΗ αποδείξιμες
αληθείς προτάσεις

*«Κρυφή»
Αλήθεια*

Η γέννηση της
αποδεικτικής
διαδικασίας



12^η Νύχτα: Η Συνάντηση με την Ιστορία



για συζήτηση...

- ❖ «Επιτέλους. Πήρες μπροστά; Άντε, γιατί θα ξημερωθούμε εδώ πέρα.»
- ❖ «Τα μαθηματικά είναι μια ιστορία χωρίς τέλος. Συνεχίζεις, συνεχίζεις και πάντα ανακαλύπτεις κάτι καινούριο...»
- ❖ «Δεν έχεις κέφι να παίξεις με τους αριθμούς; Προτιμάς να μάθεις τι κρύβεται πίσω τους; Σου καρφώθηκε να ρίξεις μια ματιά στους κανόνες του παιχνιδιού; Να βρεις το νόημα όλης της ιστορίας;»
- ❖ «...η αλήθεια είναι ότι το να δείχνει κανείς είναι εύκολο. Κι έχει και πλάκα. Οι υποθέσεις μου αρέσουν κι αυτές... Το ζήτημα είναι η απόδειξη.»
- ❖ «Όλο σκεφτόμαστε, όλο στύβουμε το μυαλό μας, όλο συνδυάζουμε και ταιριάζουμε και δοκιμάζουμε νέους τρόπους. Μια σπαζοκεφαλιά είναι η ζωή μας.»
- ❖ «Ο πρώτος μένει πάνω πάνω στη σκάλα. Στα σύννεφα... Δεν τον έχουμε δει αλλά τον σεβόμαστε και τον θαυμάζουμε όλοι. Είναι ο αρχηγός μας. Αυτός βασιλεύει στα πειραχτήρια των αριθμών. Γιατί βρήκε το Ένα. Ποιος ξέρει μπορεί να μην είναι καν άντρας. Μπορεί να 'ναι γυναίκα!»



- 2ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΔΙΑΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ
- ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΞΙΟΥΠΟΛΗΣ ΚΙΛΚΙΣ
- ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΟ ΤΟ ΠΑΓΚΡΗΤΙΟ
- 2ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗΣ
- ΔΙΑΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΠΥΛΑΙΑΣ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
- 2ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΧΩΡΑΣ ΝΑΞΟΥ
- ΡΟΔΙΩΝ ΠΑΙΔΕΙΑ
- ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ ΜΑΝΤΟΥΛΙΔΗ
- 8ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ Ν. ΣΜΥΡΝΗΣ
- ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Το Πειραχτήρι των Αριθμών... ταξιδεύει στην Ελλάδα

