Πότε δημιουργείται μία κρίση στα μαθηματικά;

Τι θα έλεγες να δημιουργήσουμε μία κρίση στα μαθηματικά;

Όταν η πρόοδος των μαθηματικών γίνεται στρωτά, σταδιακά, βήμα – βήμα;

Οταν κάποιος επιχειρήσει
να κινηθεί παραπέρα,
μέσα στη **σκοτεινή
περιοχή**,
με κάποιο μακρύ άλμα
σκέψης.

$x^2 = -1$ ⟶ Φανταστικοί αριθμοί


L'ALGEBRA
OPERA
Di Rafael Bombelli da Bologna
Diuisa in tre Libri.
Con la quale ciascuno da se potrà venire in perfetta
cognitione della teorica dell'Arimetica.
Con vna Tauola copiosa delle materie, che
in essa si contengono.
Posta hora in luce à beneficio delli Studiosi di
detta professione.
IN BOLOGNA,
Per Giouanni Rossi. MDLXXIX.
Con licenza de' Superiori

Bombelli (1526 – 1572) – Cardano (1501 – 1576)

α΄. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

β΄. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

γ΄. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

δ΄. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

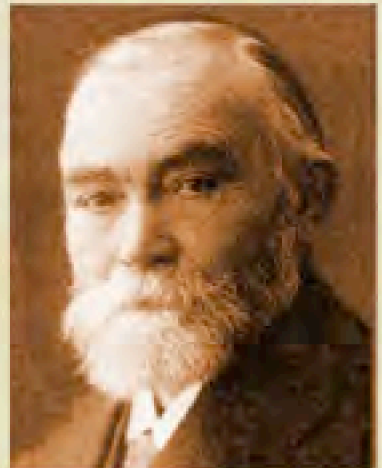
~~ε΄. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ᾽ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.~~

τέλη 19ου αιώνα – αρχές 20ου αιώνα
μία μεγάλη διανοητική περιπέτεια

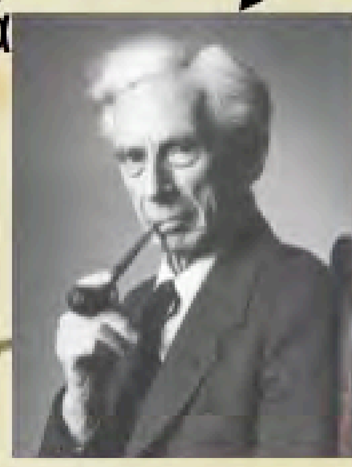
Gödel (1906 – 1978)

αναζήτηση θεμελίων στα μαθηματικά

κρίση στα μαθηματικά



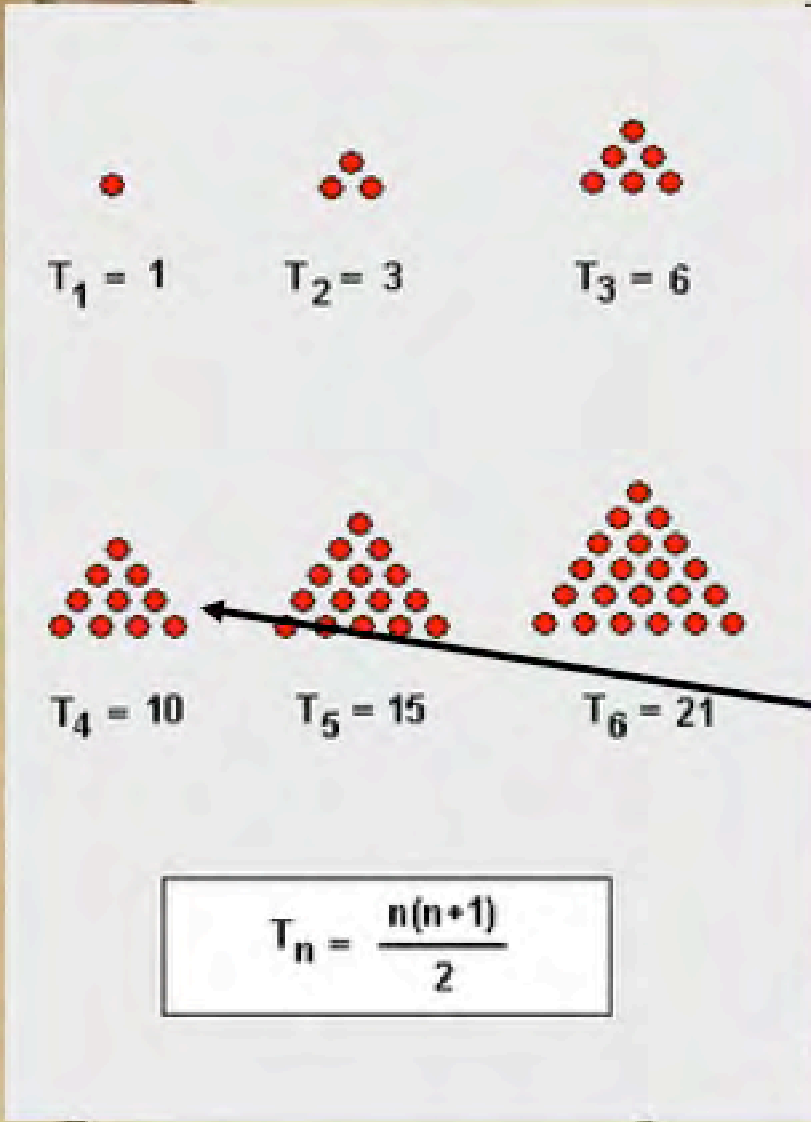
Frege
(1848 – 1925)



Russell
(1872 – 1970)

Whitehead
(1861 – 1947)

5η Νύχτα



Τρίγωνοι αριθμοί: αυτοί που προκύπτουν από το άθροισμα μιας ακολουθίας ακεραίων, αρχίζοντας από το 1, π.χ.

$3 = 1 + 2$

$6 = 1 + 2 + 3$

Κορυφαίος όλων των αριθμών

$10 = 1 + 2 + 3 + 4$

Ιερά Τετρακτύς του Πυθαγόρα

«ΜΑ ΤΟΝ ΑΜΕΤΕΡΑ ΓΕΝΕΑ ΠΑΡΑΔΟΝΤΑ **ΤΕΤΡΑΚΤΥΝ** ΠΑΓΑΝ ΑΕΝΑΟΥ ΦΥΣΕΩΣ...»

(Όρκος Πυθαγορείων)

Πυθαγόρεια Αριθμοσοφία

Άρτιοι αριθμοί (2, 4, 6, 8,…) : Θήλεις

Περιττοί αριθμοί (3, 5, 7,…) : Άρρενες

5: Γάμος 5 = 2 + 3

6, 28: Τελειότητα

6 = 1 + 2 + 3

28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14

(ο καθένας ισούται με το άθροισμα των γνήσιων διαιρετών του)

220, 284: Φιλία

284=1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110

220=1+2+4+71+142

(ο καθένας ισούται με το άθροισμα των γνήσιων διαιρετών του άλλου)

4.937.775 = 3 × 5 × 5 × 65837

Αριθμοί Smith 4 + 9 + 3 + 7 + 7 + 7 + 5 = 42

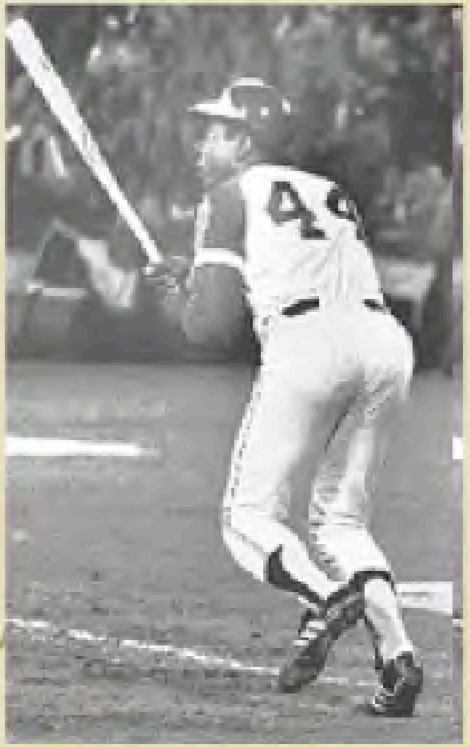
3 + 5 + 5 + 6 + 5 + 8 + 3 + 7 = 42

Αριθμοί Ruth – Aaron

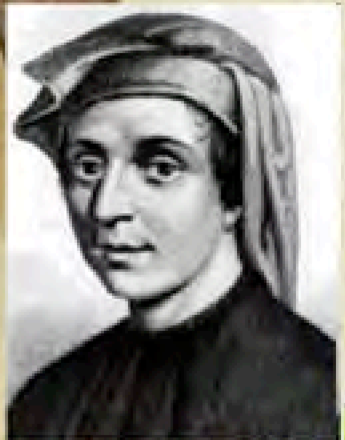
714 = 2 × 3 × 7 × 17

715 = 5 × 11 × 13

2 + 3 + 7 + 17 = 5 + 11 + 13



6η Νύχτα: Το χωράφι με τα κουνέλια

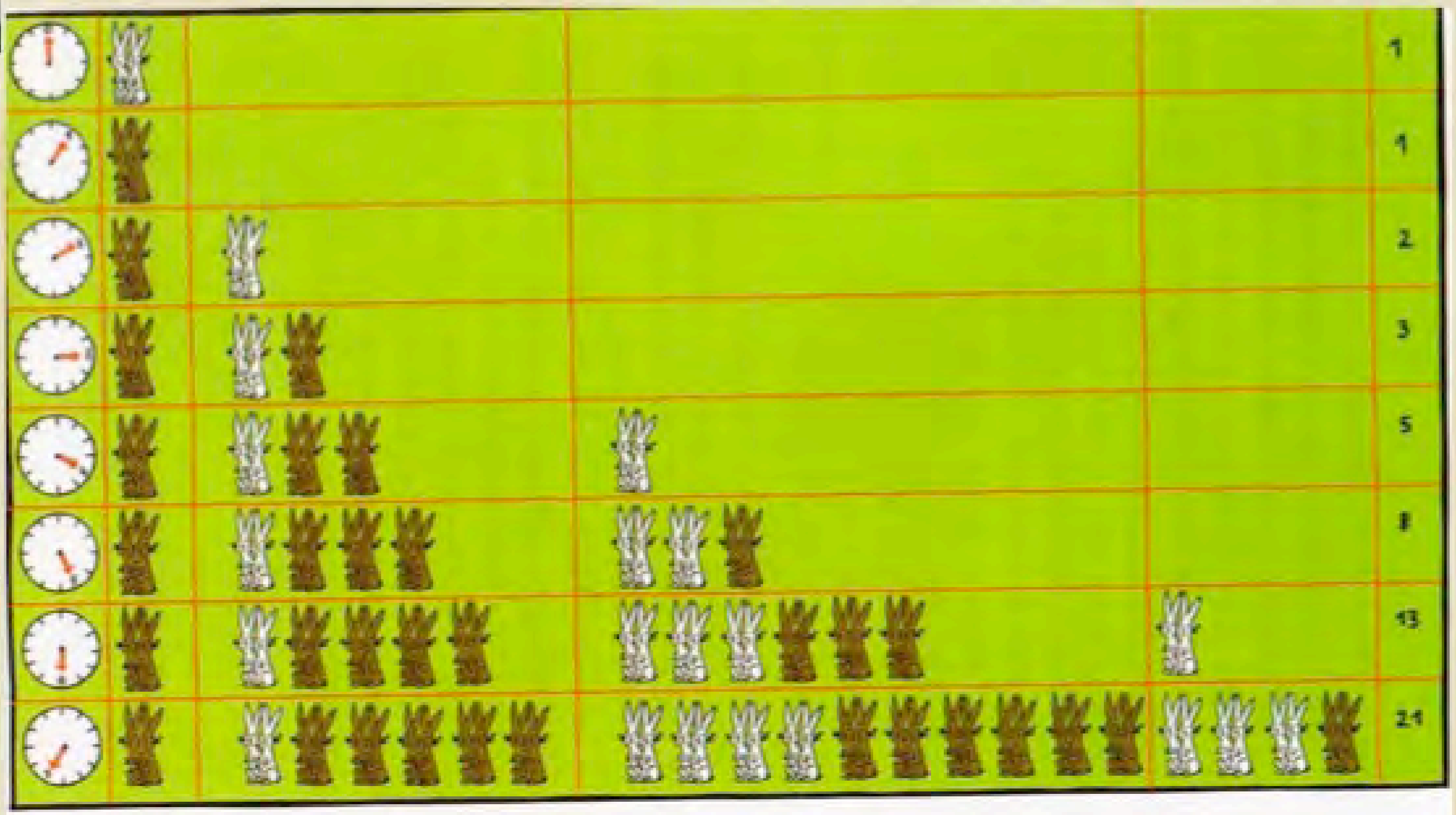


Leonardo Fibonacci
(1175 – 1250)

Κάποιος τοποθέτησε σε ένα χωράφι ένα ζευγάρι κουνελιών. Τα κουνέλια αυτά αναπαράγονται με ρυθμό ένα νέο ζευγάρι τον μήνα και κάθε νέο ζευγάρι γίνεται γόνιμο δύο μήνες μετά κι αναπαράγεται με τον ίδιο ρυθμό. Πόσα ζευγάρια κουνελιών έχουν παραχθεί σε έναν χρόνο από το αρχικό ζεύγος;

Ακολουθία Fibonacci

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

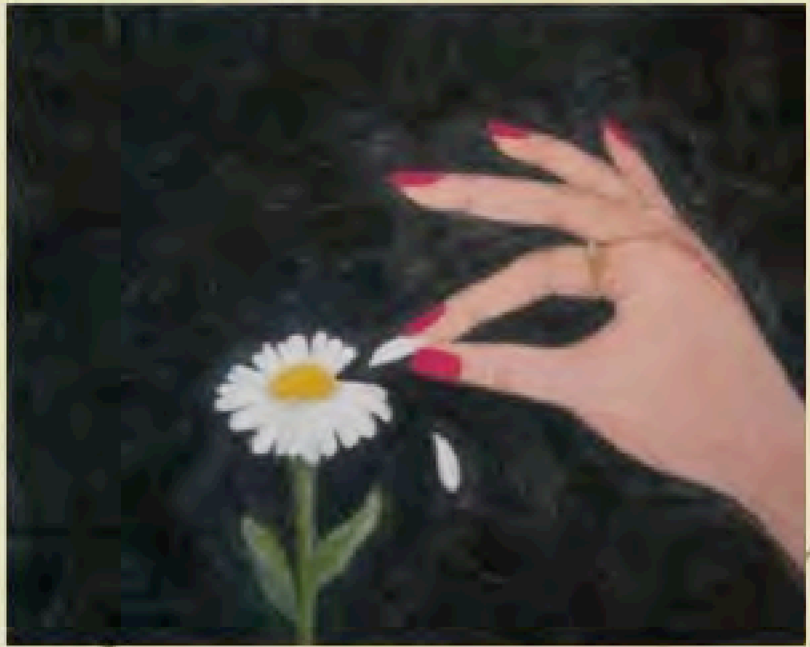


Μαργαρίτα shasta

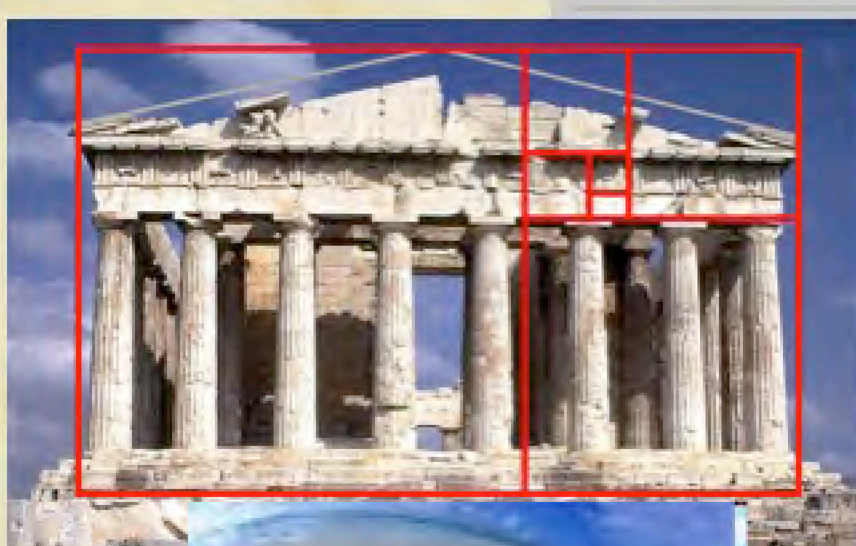
(21 πέταλα)

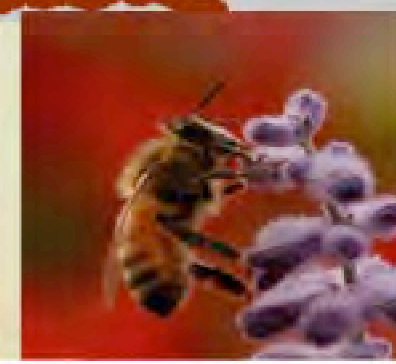
Μαργαρίτες αγρού

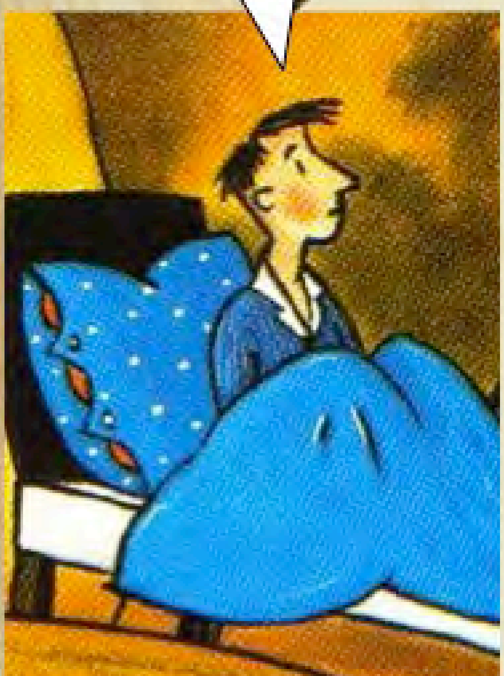
(34 πέταλα)

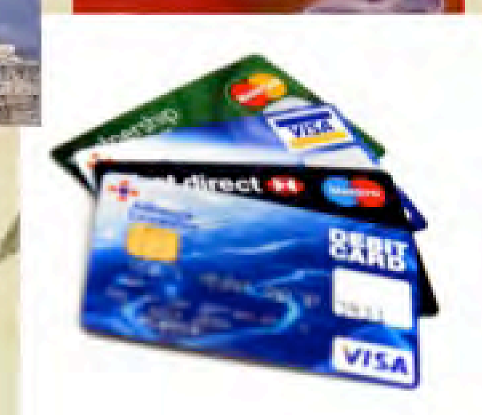


Και που αλλού χρειάζονται οι αριθμοί Fibonacci;









7^{η} Νύχτα : Τρίγωνο Pascal

Το άθροισμα των αριθμών οποιασδήποτε διαγωνίου ισούται με τον αριθμό που βρίσκεται κάτω και αριστερά από τον τελευταίο προσθετέο

(π.χ. 1 + 4 + 10 + 20 = 35)

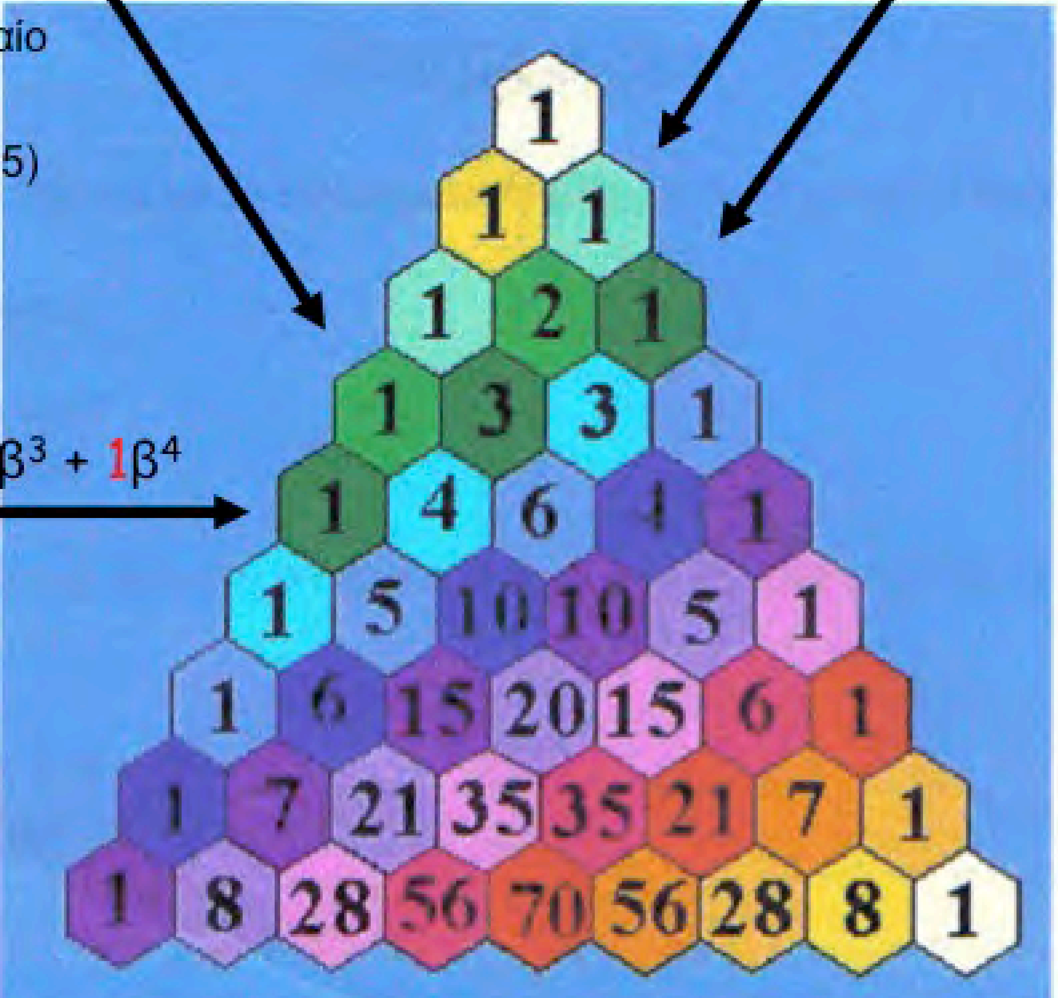
φ υ σ ι
κ ο ί
α ρ ι θ
μ ο ί

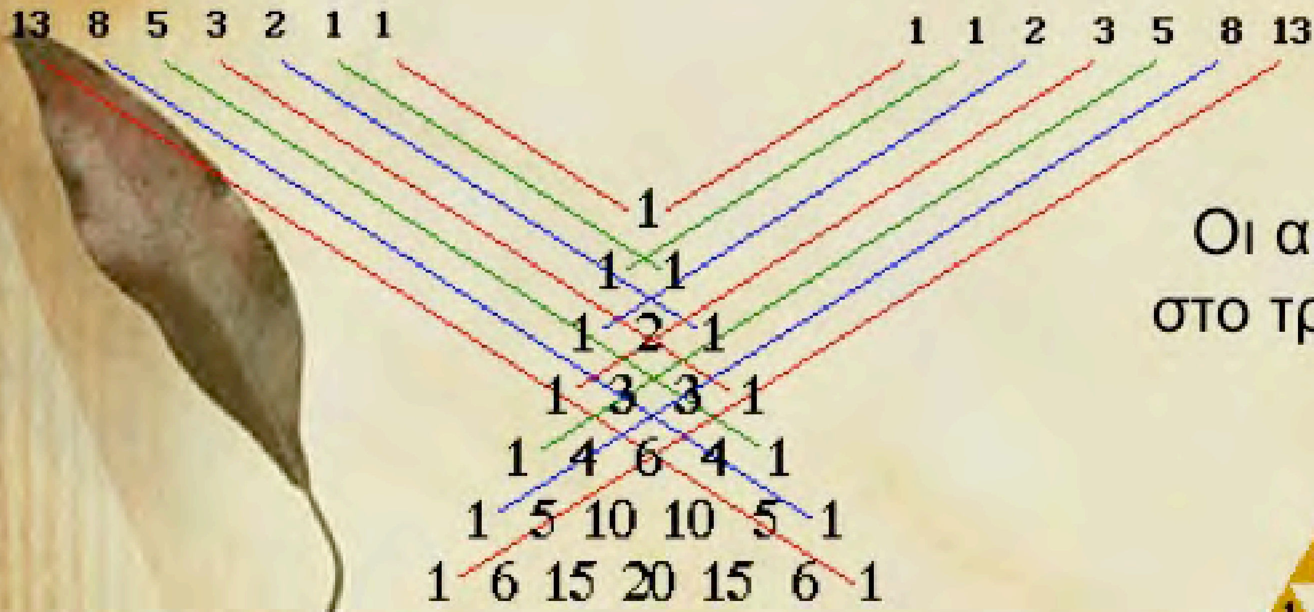
τρίγωνοι αριθμοί

$(\alpha + \beta)^4 = {\color{red}1}\alpha^4 + {\color{red}4}\alpha^3\beta + {\color{red}6}\alpha^2\beta + {\color{red}4}\alpha\beta^3 + {\color{red}1}\beta^4$

το άθροισμα των αριθμών της n-οστής γραμμής του τριγώνου του Πασκάλ, είναι ίσο με την n-οστή δύναμη του 2

(π.χ. 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 2^4)





Οι αριθμοί Fibonacci
στο τρίγωνο του Pascal

Τρίγωνο του Sierprinski
στο τρίγωνο του Pascal

Η ιστορία του τριγώνου Pascal

Blaise Pascal
(1623-1662)

Petrus Apianus
(1495 -1552)

Omar Khayyam
(1048 - 1123)

1653: Πραγματεία πάνω στο αριθμητικό τρίγωνο (Traite du Triangle Arithmetique)

$8^{η}$ Νύχτα : Συνδυαστική

Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθήσουν ο **Α**λμπερτ, η **Β**ίλι, ο **Γ**ουόλτ και η **Δ**ώρα σε τέσσερις καρέκλες;

$$4! = 4*3*2*1$$