5ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ
Θεσσαλονίκη, 18 & 19 Μαρτίου 2006

ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΜΕ ΘΕΜΑ "Η ιστορία των μαθηματικών στο σχολείο"

Ευάνθης Χατζηβασιλείου,
Εκπαιδευτικός - Μεταπτυχιακός φοιτητής ΠΤΔΕ-ΑΠΘ
echatziv@eled.auth.gr

Η διδασκαλία του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης μέσα από το ακροφωνικό σύστημα αρίθμησης των Αρχαίων Ελλήνων

(α) Εισαγωγή

«Όσοι διδάσκουν μαθηματικά έχουν ως εφόδιο τις αυθαίρετες μαθηματικές γνώσεις που συσσώρευσαν στη διάρκεια των σπουδών τους. Έχουν επίσης ως παρακαταθήκη την εξάσκησή τους στο χειρισμό των μαθηματικών ασκήσεων, που απέκτησαν κατά τη μακροχρόνια τριβή τους με τις εξεταστικές απαιτήσεις του σχολείου»[1]. Πολλοί εκπαιδευτικοί πιστεύουν ότι η διδακτική των μαθηματικών είναι μέσα στη λογική και τη δομή τους. Έτσι για να διδάξει κανείς «καλά» μαθηματικά αρκεί να ακολουθήσει τις οδηγίες και τα παραδείγματα που δίνονται στο Βιβλίο του Δασκάλου και αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα την κατανόηση από τον μαθητή. Με μια τέτοια προσέγγιση, όπου τα μαθηματικά παρουσιάζονται απογυμνωμένα από το ιστορικό – κοινωνικό γίγνεσθαι στο οποίο εξελίχθηκαν, φαντάζουν ως ξένα για τους μαθητές που δεν αντιλαμβάνονται τη λογική δομή τους και απογοητεύονται από την υπερβολική αυστηρότητα και αφαίρεσή τους[2]. Γι' αυτό το λόγο Ο Jacques Barzun αναφερόμενος σχετικά στο εκπαιδευτικό σύστημα των ΗΠΑ έγραψε: *«Έχω την εντύπωση, σχεδόν τη βεβαιότητα, ότι η άλγεβρα έχει γίνει απωθητική εξ' αιτίας της απροθυμίας ή της ανικανότητας των δασκάλων να εξηγήσουν τα γιατί… Δεν υπάρχει ιστορικό πλαίσιο στη διδασκαλία, έτσι δίνεται η αίσθηση ότι όλο το σύστημα έχει πέσει έτοιμο από τον ουρανό και για να χρησιμοποιηθεί από γεννημένους ταχυδακτυλουργούς»*[3].

Ο Vygotsky είναι ο πρώτος επιστήμονας που διατύπωσε τη θεωρία της ιστορικο – κοινωνικής προσέγγισης της νοητικής δραστηριότητας. Σύμφωνα με την θεωρία αυτή η ανθρώπινη νοητική δραστηριότητα είναι «διαμεσολαβούμενη», από ιστορικά και κοινωνικά διαμορφωμένα συστήματα συμβολικών αναπαραστάσεων. Ο όρος διαμεσολαβούμενη σημαίνει μια δραστηριότητα που έχει ως αντικείμενο όχι τα καθαυτά στοιχεία της πραγματικότητας, αλλά τις νοητικές αναπαραστάσεις των στοιχείων της πραγματικότητας που ο κάθε άνθρωπος συγκροτεί ατομικά. Αυτές όμως οι νοητικές αναπαραστάσεις διαμορφώνονται από ιστορικά διαμορφωμένα και κοινωνικά καθορισμένα συστήματα

[1] Καστάνης, Ν. «*Η ιστορία των μαθηματικών ως συνιστώσα του μεταγνωστικού υπόβαθρου των δασκάλων του σχετικού μαθήματος»,* στα Πρακτικά 1ου Διημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, Θεσσαλονίκη 8 & 9 Μαρτίου 2002, σ.27
[2] Παναγιώτου, Ε. «*Ο ρόλος της ιστορίας στη διδασκαλία των μαθηματικών»,* στα Πρακτικά του 19ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, Κομοτηνή, 2002, σ.117
[3] Barzun, J. 1954, "*Teacher in America",* New York: Doubleday and Co, σ.82

συμβολικών αναπαραστάσεων[4]. Από αυτά ορμώμενος ο Δ. Χασάπης συμπεραίνει ότι «*Η μάθηση είναι μια δραστηριότητα που διαμορφώνεται και αναπτύσσεται μέσα σε πλαίσια ιστορικά και κοινωνικά καθορισμένα που διαθέτουν, ως πολιτιστική παράδοση, και αναπτύσσουν ποικίλα νοητικά εργαλεία και τρόπους σκέψης*[5].

Αν αποδεχτούμε την άποψη του Raymond L. Wilder ότι τα μαθηματικά είναι ένα από τα πιο σημαντικά πολιτιστικά στοιχεία κάθε σύγχρονης κοινωνίας και η επιρροή τους πάνω σε άλλα είναι θεμελιώδης και διάχυτη[6], τότε γίνεται ορατή η ανάγκη για προσαρμογή της διδακτικής των μαθηματικών σε ένα σχέδιο που περιλαμβάνει τόσο τη γένεση όσο και την εξελικτική πορεία των εννοιών μέσα στα ιστορικό – κοινωνικά πλαίσια κάθε περιόδου.

(β) Η Ιστορία των μαθηματικών

«Η ιστορία των μαθηματικών μελετά τα μαθηματικά ως ένα κοινωνικό και πολιτισμικό φαινόμενο, επικεντρώνοντας το ενδιαφέρον της σε διάφορες χωρικές, χρονικές και πολιτισμικές ιδιαιτερότητες και συνεισφέρουν στην ουμανιστική αντιμετώπιση της ανθρώπινης πραγματικότητας»[7].

Η ιστορική ανάπτυξη του μαθήματος των μαθηματικών, μπορεί να συμβάλλει στην κατανόηση των εννοιών και να απαντήσει στην εύλογη ερώτηση: «γιατί το κάνουμε αυτό;». Η ιστορία μπορεί να αποτελέσει τον κρίκο μεταξύ της ανθρώπινης νόησης και των μαθηματικών, μπορεί να φωτίσει τις αρχές, την εξέλιξη και τις διαδικασίες της μαθηματικής ανακάλυψης. Ο Κων/νος Νικολκαντωνάκης στηριζόμενος στην άποψη του Paul Veyne ότι «*η ιστορία έχει την αρετή να μας εκπλήσσει διότι μας δείχνει ότι δε γνωρίζαμε πάντα, ότι δεν ξέραμε τα πράγματα με τον σημερινό τρόπο και ότι υπήρξαν πολλοί δισταγμοί και μονοπάτια που οδήγησαν σ' αυτό που διδάσκεται σήμερα*», υποστήριξε πως η γνώση από μόνη δεν είναι αρκετή για την κατανόηση μια μαθηματικής έννοιας. Χρειάζεται κανείς να γνωρίζει το γιατί και το πώς μάθαμε. Έτσι η ιστορία απαντώντας σ' αυτό, επιτρέπει να δούμε τα μαθηματικά όχι ως ένα σωρό στεγνών σχολικών γνώσεων αλλά σαν μια πνευματική δραστηριότητα, ένα προοίμιο της ευχαρίστησης να κάνεις μαθηματικά[8].

Συνοπτικά τα επιχειρήματα, για την χρησιμοποίηση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία, όπως τα απαριθμεί ο Ευάγγελος Παναγιώτου, είναι[9]:

Α. Βελτιώνει την ποιότητα της διδασκαλία και της μάθησης

(α) Βοηθάει να καταλάβουμε τις μαθησιακές δυσκολίες των μαθητών.

(β) Βοηθάει του μαθητές να κατανοήσουν καλύτερα τις έννοιες.

(γ) Μας εκπαιδεύει να θέτουμε προβλήματα.

---

[4] Vygotsky, L.S. "*Mind in society: The development of higher psychology processes",* Harvard University Press, Cambridge Mass, 1978

[5] Χασάπης, Δ. «Μάθηση και διδασκαλία βασικών μαθηματικών εννοιών, αριθμοί και αριθμητικές πράξεις», Υπηρεσία Δημοσιευμάτων ΑΠΘ, 1996, σ.83

[6] Wilder Raymond, «Εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών», Π.Κουτσούμπος ΑΕ, Αθήνα, 1996, σ. 13.
Ο συγγραφέας εδώ, προκειμένου να υποστηρίξει την άποψή του διερωτάται πώς θα περνούσε μια μέρα της ζωής μας εάν δεν υπήρχαν μαθηματικά; Το ίδιο κάνει και ο Calvin Glawson στην εισαγωγή του βιβλίου του «*Ο ταξιδευτής των μαθηματικών»* όπου αναφέρει: «*Οι αριθμοί και οι υπολογισμοί διαπερνούν τον πολιτισμό μας… Είμαστε τόσο εναρμονισμένοι στους αριθμούς, ώστε τους χρησιμοποιούμε για να μετράμε κάθε πλευρά της ζωής μας…»* (Glawson, C. «*Ο ταξιδευτής των μαθηματικών. Η εξερεύνηση της εντυπωσιακής ιστορίας των αριθμών*», Κέδρος, 2005, σ.13.)

[7] Τοκμακίδης, Αν. «*Η ιστορία των μαθηματικών: Ένα διαπολιτισμικό εργαλείο για τη διδακτική των μαθηματικών», Πρακτικά 4ου Διημέρου Διαλόγου για τις κοινωνικές και πολιτισμικές διαστάσεις της Μαθηματικής εκπαίδευσης, Θεσσαλονίκη, 2002, σ 73*

[8] Νικολαντωνάκης, Κ. «*Η πολύ – πολιτισμική διάσταση της πράξης του πολλαπλασιασμού», Πρακτικά 4ου Διημέρου Διαλόγου για τις κοινωνικές και πολιτισμικές διαστάσεις της Μαθηματικής εκπαίδευσης, Θεσσαλονίκη, 2005, σ 133*

[9] όπως 2, σσ *118-125*

Β. Αναδεικνύει την ανθρώπινη πλευρά των μαθηματικών

(α) Τα μαθηματικά είναι ανθρώπινη δραστηριότητα που επηρεάζεται από κοινωνικούς και πολιτιστικούς παράγοντες.

(β) Παρέχονται ευκαιρίες για σύνδεση με άλλα μαθήματα.

(γ) Οι βιογραφίες των μαθηματικών (προσώπων) κάνουν τα μαθηματικά πιο ανθρώπινα.

(γ) Η διδακτική πρόταση

Η παρούσα παρέμβαση αποσκοπεί να βοηθήσει στην διδακτική προσέγγιση της ενότητας με τη οποία ξεκινούν τα μαθηματικά της Ε' τάξης του Δημοτικού, «Το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης – Αριθμοί μεγαλύτεροι από το 1.000.000», χωρίς να επηρεάζει την οργάνωση της τάξης, έτσι ώστε η τάξη να συνεχίσει να εργάζεται μετωπικά ή ομαδικά όπως έχει συνηθίσει.

Στους στόχους της ενότητα όπως περιγράφονται στο Αναλυτικό Πρόγραμμα[10] περιλαμβάνονται η κατανόηση της δομής του δεκαδικού συστήματος και της θεσιακής αξίας των ψηφίων

Για τη συγκεκριμένη ενότητα προτείνεται από το εγχειρίδιο του δασκάλου καταρχήν μια προσέγγιση του γνωστικού αντικειμένου, βασισμένη στις υπάρχουσες μαθηματικές γνώσεις των μαθητών, με την εισαγωγή ενός προβλήματος από την καθημερινή πρακτική. Κατά την πορεία της διδασκαλίας τα ψηφία παίρνουν τη θέση – αξία τους μέσα σε ένα πίνακα που παριστάνει τις τάξεις (κλάσεις) του αριθμητικού συστήματος. Έτσι οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν τις δύο βασικές ιδιότητες των αριθμητικών συστημάτων: των διαδοχικών ομαδοποιήσεων (βάσης), και της θέσης που ορίζει την αξία κάθε ψηφίου.

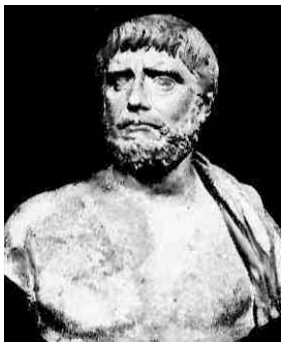
Από την προτεινόμενη διαδικασία απουσιάζει παντελώς κάθε στοιχείο που θα μπορούσε να εντάξει το μάθημα ως μια εξελικτική πολιτισμική διαδικασία σε ένα ιστορικο – κοινωνικό πλαίσιο. Δεν απαντά κατά συνέπεια σε ερωτήματα όπως: από ποια ανθρώπινη ανάγκη γεννήθηκαν τα συστήματα αρίθμησης, ποιοι ήταν οι πρώτοι άνθρωποι που ασχολήθηκαν συστηματικά με του αριθμούς και γιατί, πως χρησιμοποιήθηκαν οι πρώτοι αριθμοί, σε τι διέφεραν ή ομοίαζαν με τους σημερινούς, τι δυσκολίες αντιμετώπισαν οι άνθρωποι στη διάρκεια των χρόνων με τη χρήση των συστημάτων αρίθμησης, πως και γιατί άλλαξαν μέχρι που έφτασαν στη σημερινή τους μορφή; κλπ. Στο τέλος της ενότητας προτείνεται μια περιορισμένη αναφορά στα συστήματα της αρχαίας Ελλάδας και της Ρωμαϊκής περιόδου ως επιστέγασμα της αποκτηθείσας γνώσης.

Η παρέμβαση αυτή αντίθετα ξεκινά από την αρχή ότι η χρήση της ιστορίας των μαθηματικών μπορεί να προκαλέσει ενδιαφέρον στους μαθητές, θετική στάση απέναντι σε ένα γνωστικό αντικείμενο που συνήθως προκαλεί απέχθεια, εκτίμηση για το ρόλο των μαθηματικών στην ανάπτυξη του πολιτισμού και φυσικά αποτελεσματική διδασκαλία των εννοιών.

Ξεκινώντας τη διδασκαλία παρουσιάζουμε[11] στους μαθητές εικόνες αρχαίων Ελλήνων μαθηματικών πχ Θαλή του Μιλήσιου, Αρχιμήδη, Πυθαγόρα,

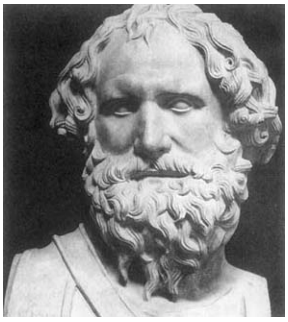
[10] «*Μαθηματικά Πέμπτης Δημοτικού, Βιβλίο για το δάσκαλο»*, ΟΕΔΒ, Αθήνα 1992, σ 10

[11] Η προβολή μπορεί να είναι με τη χρήση προβολέα ή με φύλλο εργασίας για κάθε μαθητή (βλ. Παράρτημα)



Ο Θαλής ο Μιλήσιος

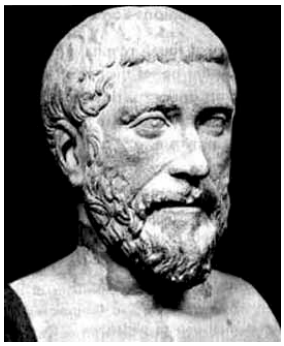
Ο θάνατος του Αρχιμήδη σε ψηφιδωτό



Ο Αρχιμήδης

Ο Πυθαγόρας σε νόμισμα

Ο Πυθαγόρας σε γραμματόσημο



Ο Πυθαγόρας

καθώς και αντικειμένων που πάνω τους υπάρχουν χαραγμένα αριθμητικά σύμβολα του ακροφωνικού συστήματος αρίθμησης, πχ πλάκες, αγγεία κλπ.

Χρυσό αγγείο που έχει χαραγμένη την αξία του με ακροφωνικούς αριθμούς

νόμισμα

Με αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές ωθούνται, με αφορμή τις εικόνες, για τους μαθηματικούς της αρχαίας Ελλάδας και για την χρηστική αξία των αριθμών στην καθημερινότητα των ανθρώπων που έζησαν πριν από 2,5 χιλιάδες χρόνια, να συζητήσουν και να ανατρέξουν σε πηγές για να αναζητήσουν περισσότερες πληροφορίες.

Ακολουθεί μια σύντομη παρουσίαση και ενημέρωση των μαθητών για την χρήση από τους αρχαίους Έλληνες ενός αριθμητικού συστήματος που ονομάστηκε **ακροφωνικό** ή **Αττικό** ή **Ηρωδιανό**. Το σύστημα αυτό το χρησιμοποιούσαν αποκλειστικά για πληθικούς αριθμούς και αποτελείται από σύνολο συμβόλων που δεν είναι άλλα από τα πρώτα γράμματα των ονομασιών των αριθμών πχ Π=πέντε, Δ=δέκα, Η=(h)εκατό, Χ=χίλιοι, Μ=μύριοι[12]. Η γνώση μας για το σύστημα αυτό αποδίδεται στον **Ηρωδιανό**, έναν φιλόλογο του 2^{ου} μΧ

[12] Σ' αυτό εξαίρεση αποτελεί το ένα που εμφανίζεται με διαφορετική μορφή ανάλογα με τη μονάδα μέτρησης, για παράδειγμα 1 δρχ= ├, 1 τάλαντο=Τ, 1μνα=Μ, 1οβολός=Ι, 1στατήρ=Σ ή ς, 1χαλκούς=Χ

αιώνα[13]. Παραδείγματα από αυτό το σύστημα συμβολισμού έχουν ανακαλυφθεί σε αττικές επιγραφές που χρονολογούνται μεταξύ του 454 και του 95 πΧ.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε στους μαθητές μια επιγραφή που βρίσκεται στο Επιγραφικό Μουσείο Αθηνών, με λογαριασμούς σχετικούς με το άγαλμα της Αθηνάς Παρθένου (5ος αιώνας πΧ) καθώς και τους **πίνακες 1 - 5** με τις αντιστοιχίσεις του **ακροφωνικού** (Ηρωδιανού ή Αττικού) συστήματος με το σημερινό **δεκαδικό**.

Ζητάμε από τους μαθητές, να προσπαθήσουν να αποκρυπτογραφήσουν, με τη βοήθεια των πινάκων, τα αριθμητικά στοιχεία της επιγραφής και να υπολογίσουν τα ποσά τα οποία αναγράφονται. Κατόπιν τους ζητάμε να ξαναγράψουν τους ακροφωνικούς αριθμούς με διαφορετική σειρά και να διαπιστώσουν έτσι ότι η αξία των ψηφίων δεν εξαρτάται από τη θέση τους στον αριθμό

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Γ	Δ	Η	X	M
Pente	Deka	Hekaton	Khilioi	Murioi
Πεντε	Δεκα	Ηεκατον	Χιλιοι	Μυριοι
5	10	100	1000	10000

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

I	II	III	IIII	Γ	ΓI	ΓII	ΓIII	ΓIIII	Δ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 - 10 in Greek acrophonic numbers									

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Δ	P	H	P	X	P	M	P
10	50	100	500	1000	5000	10000	50000
Higher numbers and combining acrophonic numerals							

ΠΙΝΑΚΑΣ 4

Τ	Μ	Σ ή S	├	Ι	(	) ή Τ	Χ
Τάλαντο	Μνα	Στατήρ	Δραχμή	Οβολός	Ημιωβέλιος	Τεταρτημόριο	Χαλκούς
6.000 δρχ	1.000 δρχ	2 δρχ		1/6 δρχ	1/12 δρχ	1/24 δρχ	1/48 δρχ

[13] Heath, Th. Heath, Th. «*Ιστορία των Ελληνικών μαθηματικών*», τόμος Ι, Αθήνα 2001 σ.50

Αφού ολοκληρωθεί η αντιστοίχιση των δύο συστημάτων παροτρύνουμε τους μαθητές να εκτελέσουν πρόσθεση των αριθμών του δεκαδικού συστήματος και κατόπιν του ακροφωνικού που συνάντησαν στην επιγραφή.

Με την εργασία αυτή οι μαθητές συγκρίνουν τα δύο συστήματα αρίθμησης και μπορούν να διαπιστώσουν ότι το ακροφωνικό δεν ήταν εύχρηστο, ιδιαίτερα όταν επρόκειτο να εκτελεστούν αριθμητικές πράξεις. Σημαντική επίσης διαπίστωση είναι η απουσία από το ακροφωνικό σύστημα του μηδενός, το οποίο στο δεκαδικό σύστημα είναι απαραίτητο. Τέλος γίνεται φανερό ότι στο μεν δεκαδικό σύστημα η θέση των ψηφίων στον αριθμό καθορίζει την αξία τους κάτι που δεν ισχύει στο ακροφωνικό.

Ακολουθεί από το δάσκαλο μια μικρή ιστορική προσέγγιση του αντικείμένου από ένα επιστημονικό κείμενο:

«*Από παλιά οι Έλληνες υιοθέτησαν το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, το οποίο χρησιμοποιούσε ήδη το σύνολο του τότε πολιτισμένου κόσμου… Έτσι στον Όμηρος χρησιμοποιείται το ρήμα πεμπάζειν, που σημαίνει αριθμώ*[14]*(ακριβέστερα σημαίνει αριθμώ κατά πεντάδες). Όμως αυτού του είδους η αρίθμηση ήταν πιθανώς κάτι περισσότερο από απλώς υποβοηθητική στην αρίθμηση κατά δεκάδες. Ο πέντε αποτελούσε ένα φυσιολογικό χώρο στάθμευσης μεταξύ του ένα και του δέκα…Η φυσική εξήγηση της προέλευσης του δεκαδικού συστήματος καθώς και της πενταδικής παραλλαγής δίνεται από την υπόθεση ότι τα συστήματα αυτά υπήρξαν απόρροια της πρωτόγονης πρακτικής αρίθμησης με τα δάκτυλα… γιατί όλοι οι άνθρωποι, είτε Έλληνες είτε Βάρβαροι, αριθμούν ως προς το δέκα και όχι ως προς οποιονδήποτε άλλο αριθμό… ενώ από την άλλη δεν υπερβαίνουν το δέκα ώστε να ξεκινήσουν από κάποιον άλλο αριθμό εκ νέου την αρίθμηση των μονάδων…*»[15].

Το ενδεικτικό αυτό κείμενο μπορεί να αξιοποιηθεί με συζήτηση στην τάξη ώστε ενισχυθεί η σύνδεση των μαθηματικών με το ιστορικό – κοινωνικό γίγνεσθαι.

Για το τέλος καλούμε τους μαθητές να κατασκευάσουν μόνοι τους ένα απλό πρόβλημα στο οποίο θα χρησιμοποιήσουν αριθμούς γραμμένους στο ακροφωνικό σύστημα αρίθμησης, και θα το επιλύσουν, ως εξάσκηση στο σπίτι ή στον χρόνο της σιωπηρής εργασίας τους.

(δ) Επίλογος

Τελικά η κατανόηση των μαθηματικών είναι μια διαδικασία απόκτησης γνώσεων ή μήπως μια δραστηριότητα για την κατάκτηση του νοήματος η οποία οδηγεί στον εμπλουτισμό της υπάρχουσας γνώσης; Και σε ένα τέτοιο πλαίσιο πόσο ουσιώδης για την κατά νόηση είναι η ιστορία των μαθηματικών στην διδασκαλία τους;

Ο Δ. Χασάπης[16] προσεγγίζοντας το ζήτημα καταλήγει στο συμπέρασμα ότι: «*ο απολυταρχισμός είναι το κυρίαρχο επιστημολογικό πρότυπο της μαθηματικής εκπαίδευσης στην Ελλάδα που είναι ασυμβίβαστος με την ιστορία των μαθηματικών*». Η αδυναμία να ενσωματωθούν στο αναλυτικό πρόγραμμα του μαθήματος τα ιστορικά σημειώματα των διδακτικών βιβλίων, οφείλεται κυρίως στο χάσμα μεταξύ του τεχνοκρατικού τύπου ορθολογικότητας που κυριαρχεί στη διδασκαλία των μαθηματικών από τη μια και στον εξελικτικό τύπο της έρευνας της διδακτικής των μαθηματικών από την άλλη. Για το λόγο αυτό είναι ανάγκη να αλλάξει ο τρόπος διδασκαλίας των μαθηματικών και η αρχή να γίνει από τα πανεπιστήμια.

---

[14] *Ομήρου Οδύσσεια, ραψωδία iv, στίχος 412*

[15] Heath, Th. «*Ιστορία των Ελληνικών μαθηματικών*», τόμος Ι, Αθήνα 2001, σ 45

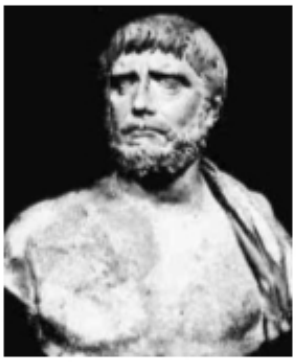
[16] Πρακτικά «*Ημερίδα για την Ιστορία και τη Διδακτική των Μαθηματικών*», ΑΠΘ, Μαθηματικό Τμήμα, Θεσσαλονίκη, Οκτώβριος 1997, σ.127

Π Α Ρ Α Ρ Τ Η Μ Α

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

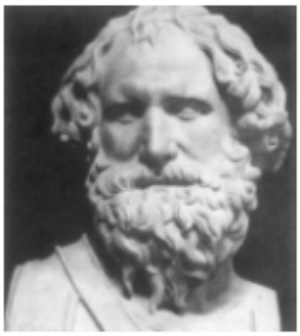
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ…….

ΟΝΟΜΑ…….



Ο Θαλής ο Μιλήσιος

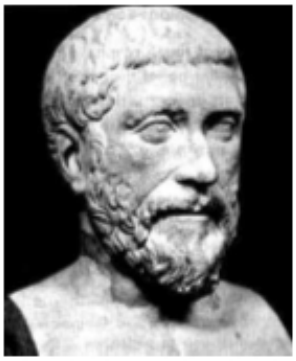
Ο θάνατος του Αρχιμήδη σε ψηφιδωτό



Ο Αρχιμήδης

Ο Πυθαγόρας σε νόμισμα

Ο Πυθαγόρας σε γραμματόσημο



Ο Πυθαγόρας

καθώς και αντικειμένων που πάνω τους υπάρχουν χαραγμένα αριθμητικά μηνύματα, πχ πλάκες, αγγεία κλπ.

Χρυσό αγγείο που έχει χαραγμένη την αξία του με ακροφωνικούς αριθμούς

νόμισμα

Αντέγραψε στα σκιασμένα κουτάκια τους ακροφωνικούς αριθμούς και γράψε στα λευκά κουτάκια την αξία τους. Έπειτα, με την βοήθεια του υπομνήματος που ακολουθεί, υπολόγισε την συνολική αξία των αριθμών προσθέτοντας τις επιμέρους αξίες (η συνολική αξία προκύπτει ως άθροισμα των επιμέρους)

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						1
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						2
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						3
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						4
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						5
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						6

ΥΠΟΜΝΗΜΑ

I	II	III	IIII	Γ	ΓI	ΓII	ΓIII	ΓIIII	Δ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 - 10 in Greek acrophonic numbers									

Γ	Δ	H	X	M
Pente	Deka	Hekaton	Khilioi	Murioi
Πεντε	Δεκα	Εκατον	Χιλιοι	Μυριοι
5	10	100	1000	10000

Δ	⊓	H	⊓H	X	⊓X	M	⊓M
10	50	100	500	1000	5000	10000	50000
Higher numbers and combining acrophonic numerals							

T	M	Σ ή S	⊢	I	(	) ή T	X
Τάλαντο	Μνα	Στατήρ	Δραχμή	Οβολός	Ημιωβέλιος	Τεταρτημόριο	Χαλκούς
6.000 δρχ	1.000 δρχ	2 δρχ		1/6 δρχ	1/12 δρχ	1/24 δρχ	1/48 δρχ

Τους αριθμούς 1-6 που αποκρυπτογράφησες, μετέφερέ τους στον παρακάτω δεκαδικό πίνακα:

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Μονάδες Χιλιάδες	**Εκατοντάδες**	**Δεκάδες**	**Μονάδες**

Στον επόμενο πίνακα ξαναγράψε τους ακροφωνικούς αριθμούς με διαφορετικό τρόπο (αλλάζοντας τη σειρά ή και τα σύμβολα). Αλλάζει η αξία τους;

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						— 1
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						— 2
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						— 3
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						— 4
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						— 5
					ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΞΙΑ	
						— 6

Προσπάθησε τώρα να προσθέσεις τους αριθμούς του **πίνακα 2** (δεκαδικό σύστημα αρίθμησης) και του **πίνακα 1** (ακροφωνικό). Πότε η πρόσθεση είναι πιο εύκολη;

……..

Γιατί;

……..

ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

	ΜΧ	Ε	Δ	Μ
ΑΘΡΟΙΣΜΑ +				
ΤΕΛΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ				

Προσπάθησε να κάνεις το ίδιο και εδώ. Μπορείς;

ΑΚΡΟΦΩΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΑΘΡΟΙΣΜΑ +	
ΤΕΛΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ	

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1 **Barzun, J**. 1954, "*Teacher in America",* New York: Doubleday and Co

2 **Glawson, C**. «*Ο ταξιδευτής των μαθηματικών. Η εξερεύνηση της εντυπωσιακής ιστορίας των αριθμών*», Κέδρος, 2005

3 **Heath, Th**. «*Ιστορία των Ελληνικών μαθηματικών*», τόμος Ι, Αθήνα 2001

4 **Vygotsky, L.S**. "*Mind in society: The development of higher psychology processes",* Harvard University Press, Cambridge Mass, 1978

5 **Wilder Raymond**, «Εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών», Π.Κουτσούμπος ΑΕ, Αθήνα, 1996

6 **Καστάνης, Ν**. «*Η ιστορία των μαθηματικών ως συνιστώσα του μεταγνωστικού υπόβαθρου των δασκάλων του σχετικού μαθήματος»,* στα Πρακτικά 1ου Διημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, Θεσσαλονίκη 8 & 9 Μαρτίου 2002

7 *Μαθηματικά Πέμπτης Δημοτικού, Βιβλίο για το δάσκαλο*, ΟΕΔΒ, Αθήνα 1992

8 **Νικολαντωνάκης, Κ**. «*Η πολύ – πολιτισμική διάσταση της πράξης του πολλαπλασιασμού*», *Πρακτικά 4ου Διημέρου Διαλόγου για τις κοινωνικές και πολιτισμικές διαστάσεις της Μαθηματικής εκπαίδευσης, Θεσσαλονίκη, 2005*

9 **Ομήρου** *Οδύσσεια, ραψωδία iv*

10 **Παναγιώτου, Ε.** «*Ο ρόλος της ιστορίας στη διδασκαλία των μαθηματικών»,* στα Πρακτικά του 19ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, Κομοτηνή, 2002

11 Πρακτικά «*Ημερίδα για την Ιστορία και τη Διδακτική των Μαθηματικών*», ΑΠΘ, Μαθηματικό Τμήμα, Θεσσαλονίκη, Οκτώβριος 1997

12 **Τοκμακίδης, Αν**. «*Η ιστορία των μαθηματικών: Ένα διαπολιτισμικό εργαλείο για τη διδακτική των μαθηματικών*», Πρακτικά 4ου Διημέρου Διαλόγου για τις κοινωνικές και πολιτισμικές διαστάσεις της Μαθηματικής εκπαίδευσης, Θεσσαλονίκη, 2002

13 **Χασάπης, Δ**. «Μάθηση και διδασκαλία βασικών μαθηματικών εννοιών, αριθμοί και αριθμητικές πράξεις», Υπηρεσία Δημοσιευμάτων ΑΠΘ, 1996