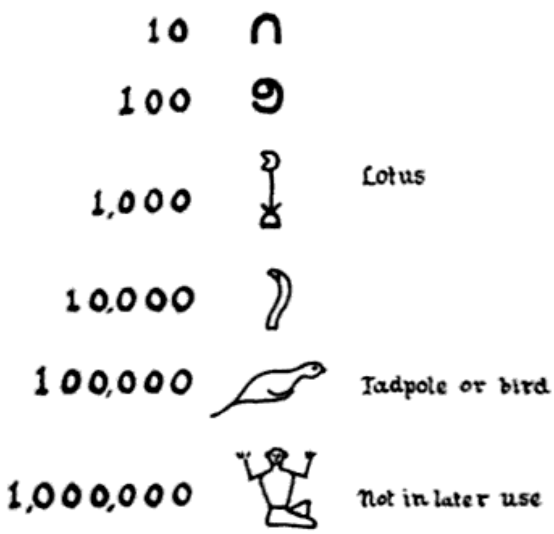
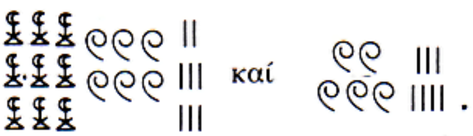
ΑΧΜΕΣ, Ο ΓΙΟΣ ΤΟΥ ΦΕΓΓΑΡΙΟΥ
ΙΣΤΟΡΙΕΣ ΑΓΝΩΣΤΩΝ ΝΑΟΥΣΑ 2010

- Τα σύμβολα των αριθμών



- **ΠΡΟΣΘΕΣΗ**

Νά γίνει στά ἱερογλυφικά ἡ πρόσθεση



Γιά τήν πρόσθεση αὐτή πόσους ἀριθμητικούς συνδυασμούς θά ὄφειλε νά εἶχε ἀπο μνημονεύσει ὁ αἰγύπτιος σπουδαστής καί πόσους ἕνας σύγχρονός μας;

- **ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ (Με διαδοχικούς διπλασιασμούς)**

MULTIPLY 8 BY 7

	\1	8
	\2	16
	\4	32
Totals	7	56

- Το 1542 η Welshman Robert Recorde δημοσίευσε το βιβλίο «*The Grounde of Artes. Teachyng the Worke and Practice of Arithmetike" στο οποίο δείχνει πως* να πολλαπλασιάζεις δύο αριθμούς ανάμεσα στο 5 και στο 10.

Για παράδειγμα περιγράφει, σε βήματα, τον παρακάτω πολλαπλασιασμό:

8	X	2
7		3
5		6

Μπορείς να τον ερμηνεύσεις και μετά να κάνεις με τον ίδιο τρόπο τον πολλαπλασιασμό 6 επί 9;

[Υπόδειξη: Το 2 είναι η διαφορά του 8 από το 10 και το 3 η διαφορά του 7 από το 10]

- Να λογαριάσεις στα ιερογλυφικά (γράφοντας στον πάπυρο) το γινόμενο 12 επί 12.

- Με την μέθοδο διπλασιασμού των Αιγυπτίων, μπορούμε πάντοτε να εκτελέσουμε οποιονδήποτε πολλαπλασιασμό; [Υπόδειξη: Αρκεί ο πολλαπλασιαστής να μπορεί πάντα να γραφτεί ως άθροισμα δυνάμεων του 2. Ανέλυσε για παράδειγμα τον 237 σε άθροισμα δυνάμεων του 2 και κάνε τον πολλαπλασιασμό 237 επί 18.]

- ΔΙΑΙΡΕΣΗ

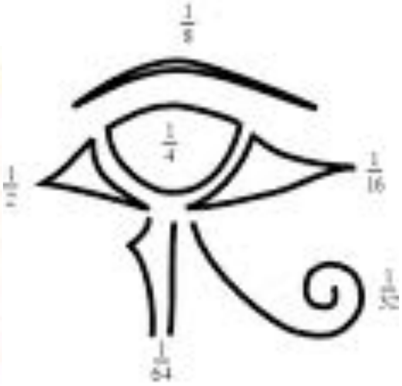
Παρακάτω φαίνεται πως έκαναν οι Αιγύπτιοι την διαίρεση 45:9. Οι Αιγύπτιοι έλεγαν: «Να λογαριάσεις με το 9 ώσπου να φτάσεις στο 45»

\	1	9	
	2	18	
\	4	36	ἄθροισμα 45.

- **Χωρισμός σε ίσα μερίδια** (πρόβλημα 3 του πάπυρου Ριντ που στο βιβλίο περιγράφεται στις σελίδες 94 – 95)

- Μια νοικοκυρά θέλει να μοιράσει 6 ψωμιά σε 10 εργάτες. Προτείνει να χωρίσει το κάθε ψωμί σε 10 ίσα μέρη και να πάρει ο κάθε εργάτης το δέκατο μέρος κάθε ψωμιού. Ο Αχμές αντιπροτείνει να πάρει κάθε εργάτης μισό ψωμί και το δέκατο μέρος από ένα άλλο ψωμί.
- **Πως έκανε τους υπολογισμούς του ο Αχμές; [Υπόδειξη: Λογάριασε με το 10 μέχρι να βρεις 6]**
- **Ποια λύση νομίζετε είναι καλύτερη και γιατί;**
- **Γιατί οι Αιγύπτιοι χρησιμοποιούσαν μόνο κλασματικές μονάδες;**

Το μάτι του Ώρου



- <u>Μονάδες μέτρησης:</u> Βασιλικός (και κοινός πήχης) (7 παλάμες – 28 δάκτυλα) – Σετάτ (100 · 100 βασιλικοί πήχεις = 1 κετ· 1 κετ) ή **άρουρα** κατά τον Ηρόδοτο (Ομηρική λέξη που σημαίνει καλλιεργήσιμη γη [Βγαίνει από το άρο- Fρα το οποίο έχει ινδοευρωπαϊκή ρίζα και σημαίνει οργώνω. Στην ίδια οικογένεια ανήκει και το άροτρο και από αυτό βγαίνει το αλέτρι. Από το άρουρα έχει βγει και το αρουραίος που δήλωνε τον ποντικό (μυ) που ζούσε στα χωράφια αντίθετα από τον ποντικό μυ που ζούσε σε παραθαλάσσιες περιοχές.] [άρουρα, η [Ελληνορωμαϊκή περίοδος]: Μονάδα επιφανείας καλλιεργήσιμης γης· ισοδυναμούσε με 2025 τετρ. μέτρα περίπου].

<u>Πρακτικά</u>: Η άρουρα ήταν η επιφάνεια ενός χωραφιού που μπορεί να οργωθεί από ένα ζεύγος βοδιών σε μία ημέρα.

Για τον όγκο **σιταριού** : Χεκάτ: το 1/30 του κυβικού βασιλικού πήχη. Είχε υποδιαιρέσεις σύμφωνες με το Μάτι του Ώρου. Επιπλέον: 1 χεκάτ = 320 ρο

Σεκέτ πυραμίδας

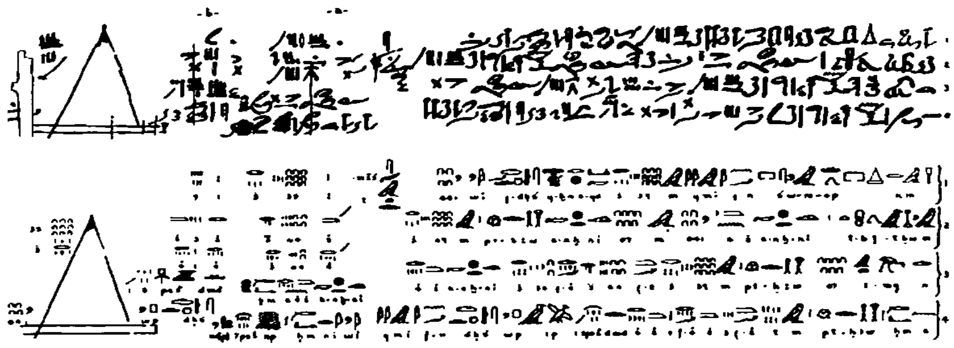
Να λυθεί το παρακάτω πρόβλημα (58):

Σε μια πυραμίδα που το ύψος της είναι 93 1/3 (πήχεις) βρες το Σεκέτ της αν η πλευρά της βάσης της είναι 140 (πήχεις). [Απάντηση: 5 παλάμες και 1 δάκτυλο]

[Υπόδειξη: Μπορείτε να βοηθηθείτε από το παρακάτω:

Plate 80

PROBLEM 58



Photographs xxi–xxii, *Register* 3 *B. M. Facsimile, Plate* xv

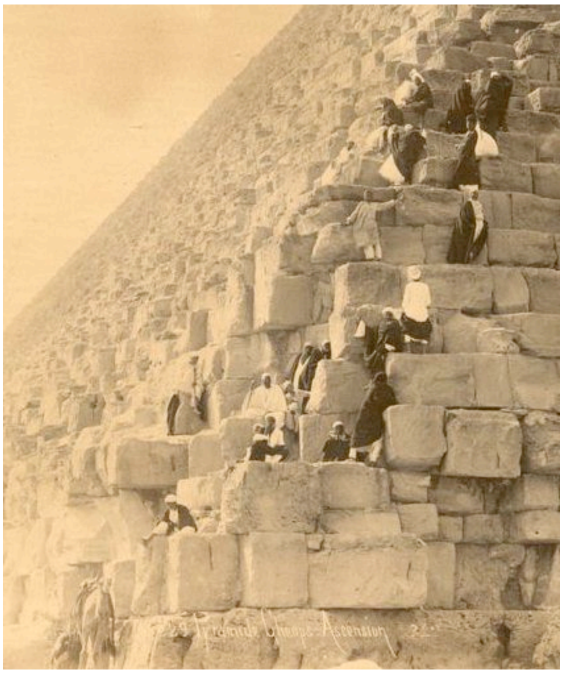
Fig. IV.2nn Hieratic text and Hieroglyphic transcription of the Rhind Mathematical Papyrus from Chace et al., *The Rhind Mathematical Papyrus*, Vol. 2 (Oberlin, Ohio, 1929), Plates 79-80.

Τι γράφει ο πάπυρος:

Πάρε το μισό του 140, που είναι 70. Πολλαπλασίασε το 93 $\overline{3}$ μέχρι να βρεις 70. Το μισό του 93 $\overline{3}$ είναι 46 $\overline{\overline{3}}$.
$\overline{4}$ από αυτό είναι 23 $\overline{3}$. Πάρε $\overline{2}$ $\overline{4}$ ενός πήχη. Ξεκίνα από το 7:
Μισό αυτού είναι 3 $\overline{2}$. $\overline{4}$ αυτού είναι 1 $\overline{2}$ $\overline{4}$. Το άθροισμα είναι 5 παλάμες και 1 δάκτυλο.
Στην συνέχεια κάνει αναλυτικά τις παραπάνω πράξεις.

Μπορείς να τις κάνεις και εσύ;

- **Κατασκευή πυραμίδας με τουβλάκια**



Θα δώσουμε στα παιδάκια που θα είναι στην λέσχη τουβλάκια για να κατασκευάσουν πυραμίδες. Θα τους ζητήσουμε να φτιάξουν δύο πυραμίδες (στην πραγματικότητα κόλουρες) με την ίδια τετράγωνη βάση που όμως να μην είναι ακριβώς ίδιες. Θα τους δώσουμε μια μεζούρα για να υπολογίσουν το Σεκέτ της πυραμίδας όπως περιγράφεται στο βιβλίο «Αχμές» **σελίδα 181.** Μετά να τους ζητήσουμε να βρουν με πιο Σεκέτ έχτισαν την κάθε πυραμίδα (**σελ. 177).** Επίσης: Πως θα έκτιζα την πυραμίδα αν είχα αποφασίσει πιο Σεκέτ θα έχει;

Κατόπιν μπορούμε να τους ζητήσουμε να υπολογίσουν προσεγγιστικά τον όγκο της (όπως περιγράφεται στο βιβλίο στην **σελίδα 183**) και έπειτα να τον υπολογίσουν με βάση την **σελίδα 286** του Αχμές. Σε μεγαλύτερους μαθητές νομίζω μπορούμε να μιλήσουμε και για ομοιότητα (το νοητό ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται σε κάθε σκαλοπάτι είναι όμοιο με το τρίγωνο που έχει κάθετη πλευρά το ύψος της πυραμίδας) και φυσικά και για τριγωνομετρία.

- **Τα κλάσματα στην Αρχαία Ελλάδα**

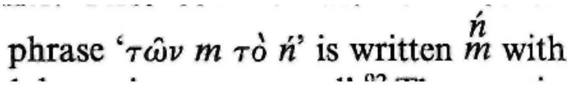
  - Κλάσματα και λόγοι

- **Ο Πλάτωνας** στους Νόμους ζ΄ γράφει:

«Τόσα, λοιπόν, πρέπει να παραδεχτούμε ότι πρέπει να μαθαίνουν οι ελεύθεροι άνθρωποι όσα διδάσκονται μαζί με τα γράμματα αναρίθμητα παιδιά στην Αίγυπτο.

Πρώτα πρώτα, σχετικά με τους λογαριασμούς, για τα πολύ μικρά παιδιά έχουν βρει μεθόδους για να τους μαθαίνουν, με παιχνίδια και ευχαρίστηση, **μοιράζοντας μήλα** και στεφάνια με τέτοιο τρόπο **ώστε να δίνεται η ίδια ποσότητα** και στις μικρότερες και στις μεγαλύτερες ομάδες»

- **Διόφαντος** – συμβολισμός του κλάσματος:


phrase '*τῶν m τὸ ń*' is written $\overset{ń}{m}$ with

<u>Ινδοί</u> (πρώτοι έβαλαν τον παρανομαστή κάτω από τον αριθμητή – χωρίς γραμμή κλάσματος)

<u>Άραβες</u>: Η πρώτη εμφάνιση της κλασματικής γραμμής

<u>Φιμπονάτσι</u>: Ο Φιμπονάτσι χρησιμοποιεί την κλασματική γραμμή. Στο Liber abaci γράφει: «Όταν πάνω από ένα νούμερο βρίσκεται μια γραμμή και πάνω από αυτήν βρίσκεται ένα άλλο νούμερο, το άνω νούμερο παριστάνει το μέρος ή τα μέρη του κάτω νούμερου. Το κάτω λέγεται ο παρανομαστής και το άνω ο αριθμητής». Στον Φιμπονάτσι μια υποδειγμένη διαίρεση και ένα κλάσμα βρίσκονται σε στενή σχέση.

- ΦΙΜΠΟΝΑΤΣΙ

- Μπορείτε να κάνετε την διαίρεση 481: 13 αλλά αντί να χρησιμοποιήσετε τα πολλαπλάσια του 2 (μέθοδος του διπλασιασμού των Αιγυπτίων – μπορείτε αν θέλετε να το κάνετε πρώτα έτσι) να χρησιμοποιήσετε τους **αριθμούς του Φιμπονάτσι**; [Δραστηριότητα που αποσκοπεί παράλληλα και στο να γνωρίσουμε με τους μαθητές μας τους αριθμούς Φιμπονάτσι και τις προεκτάσεις του (π.χ το φ)]
- Ο Φιμπονάτσι βέβαια, δεν έκανε έτσι την διαίρεση αλλά με έναν τρόπο που μοιάζει με τον δικό μας (αναλυτικά σε αρχείο). Αν η διαίρεση είχε υπόλοιπο, το πηλίκο εκφραζόταν ως μεικτός αριθμός. [Επίσης περιέχει και διαιρέσεις που διαιρετέος είναι μικρότερος του διαιρέτη].

Ας δούμε <u>πρώτα ένα πολλαπλασιασμό</u>: 37·37

First	9
	37
	37

Second	69
	37
	37

The	1369
residue	37
is 1.	37

Και μία διαίρεση:

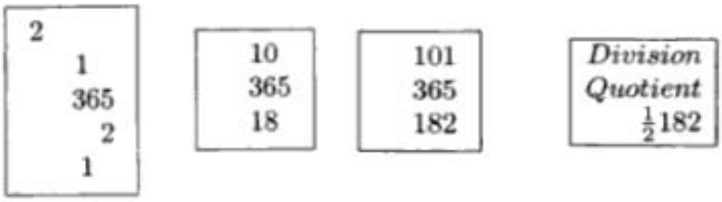
Ο Φιμπονάτσι πρώτα παραθέτει Πίνακες Διαίρεσης (που προτείνει να τους μάθουμε απέξω). Στους πίνακες αυτούς βρίσκει το 1/2, 1/3 …1/13 κάποιων φυσικών αριθμών.

Γράφει για παράδειγμα:

	of	is	remains
$\frac{1}{4}$	25	6	1

Δηλαδή: το 1/4 του 25 είναι 6 και μένει υπόλοιπο 1. **Δηλαδή για να βρει το 1/4 του 25 διαιρεί το 25 με το 4.**

Αυτούς τους πίνακες τους χρησιμοποιεί για να κάνει διαιρέσεις:
Αν θέλει κανείς να διαιρέσει το 365 με το 2 :



Στο βιβλίο του Liber Abaci (1202) εκτός από τους μεικτά κλάσματα χρησιμοποιεί πολύ και έναν τύπο κλασμάτων (**τα composed fractions**) που τα δανείστηκε από τους άραβες αλλά σήμερα έχουν εγκαταλειφθεί.

Για παράδειγμα:
Το νόμισμα της Πίζας pound είχε τις εξής υποδιαιρέσεις: το 1 pound (ή Florin) είχε 20 soldi και 240 denari .Δηλαδή το 1 soldi ήταν το 1/20 του pound και το 1 denari ήταν το 1/12 του soldi.

Οπότε αν ο Φιμπονάτσι ήθελε να εκφράσει ένα ποσό 2 pounds , 7 soldi, 3 denari

έγραφε: $\frac{3}{12}\frac{7}{20}2$ pounds. [Η κλασματική γραμμή ήταν ενιαία] και διάβαζε (από δεξιά προς τα αριστερά) : 2 και 7 εικοστά του όλου και 3 δωδέκατα των 7 εικοστών.

Α) Να γράψετε το παραπάνω composed κλάσμα σε μορφή αθροίσματος κλασμάτων

Β) Να εκφράσετε με παρόμοιο τρόπο το ποσό 5 ευρώ και 3 δέκατα του ευρώ και 7 λεπτά του ευρώ.

Γ) Με δεδομένο ότι στο βιβλίο του Φιμπονάτσι συναντάμε κλάσματα όπως

$\frac{1}{10}\frac{5}{10}\frac{7}{10}$ (η γραμμή είναι μία ενιαία) (**ποιος αριθμός είναι;**), να εξηγήσετε **γιατί ο Φιμπονάτσι δεν προχώρησε περισσότερο προς την κατεύθυνση των δεκαδικών αριθμών.**

- **Ο Φιμπονάτσι και οι κλασματικές μονάδες**

« Ο Φιμπονάτσι στο βιβλίο του Liber Abaci αφιερώνει ένα μέρος του κεφαλαίου 7 για να ασχοληθεί με τις κλασματικές μονάδες. Αναφέρει: « Στο πρώτο και στο δεύτερο μέρος αυτού του κεφαλαίου διδαχθήκαμε πώς να προσθέτουμε μαζί κάποια κλάσματα σε ένα μόνο κλάσμα. Σε αυτό το μέρος τώρα μαθαίνουμε πώς να διαχωρίζουμε κλάσματα με κάποια μέρη σε άθροισμα κλασματικών μονάδων και πώς να βλέπουμε τα μέρη κάθε κλάσματος, να ξέρουμε τις τιμές του μέρους ή των μερών ενός ακεραίου. Αυτή η δουλειά είναι πράγματι χωρισμένη σε 7 κατηγορίες».

Μια δραστηριότητα θα μπορούσε να γίνει ως εξής:

Κατηγορίες	Κλάσματα	Κανόνας – Τύπος
1η : ο παρανομαστής διαιρείται με τον αριθμητή	3/12, 5/100	Τύπος:
2η : Ο αριθμητής μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα αριθμών που διαιρούν τον παρανομαστή	5/6 = (2 + 3)/6 = 1/3 + 1/2 7/8, τα 5 μέρη του 24.	Τύπος:
3η : Ένα μεγαλύτερο από τον παρανομαστή διαιρείται από τον αριθμητή	2/11 = 1/6 + 1/66 6/11, 5/19	Τύπος:
4η: Ο παρανομαστής είναι πρώτος και αν του προσθέσουμε 1 διαιρείται από τον αριθμητή πλην 1	7/11 = 1/22 + 1/11 + 1/2 6/19, 3/11	(βάση του προηγούμενου κανόνα 3)
5η : Ο παρανομαστής είναι ζυγός και διαιρείται από τον μικρότερο πλην 2.	11/26 = 1/13 + 1/3 + 1/78	(με βάση τον κανόνα 3)
6η : Ο παρανομαστής διαιρείται ακριβώς με το 3 και αν του προσθέσουμε 1 διαιρείται από τον παρανομαστή πλην 1	17/27 = 3/27 + 14/27 = 1/9 + 1/54 + 1/2. 20/33	(1ος και 3ος κανόνας)
7η: Σε κάθε περίπτωση	6/7 – 1/3 = 7/51 3/52 (βγαίνει και με την 2η κατηγορία) 13/20 = 1/2 + 1/7 + 1/140	Γενική μέθοδος (Μέθοδος Φιμπονάτσι – Συλβέστερ) **Μπορείτε να δείξετε ότι πάντα η διαδικασία τελειώνει σε πεπερασμένο πλήθος βημάτων**;

Simon Stevin: «Η δεκάτη»

D I S M E : The Art of Tenths,
OR, *Decimall Arithmetike,* ***Στα Γαλλικά – Φλαμανδικά 1585***
Στα Αγγλικά 1608

The Preface of Simon Stevin.
(Ο πρόλογος του Simon Stevin)
To Astronomers, Land-meaters, Measurers of Tapistry, Gaudgers (μετρητές ;),
Stereometers in generall, Money-Masters, and to all Marchants,
Simon Stevin
wisheth health.

«………Αν κάποιος νομίζει ότι στην εξήγηση της χρησιμότητας των δεκαδικών αριθμών, καυχιέμαι για την εξυπνάδα μου να τους επινοήσω, δείχνει, χωρίς αμφιβολία, ότι δεν έχει την κρίση ούτε την εξυπνάδα να διακρίνει απλά πράγματα από δύσκολα, ή ακόμα ότι ζηλεύει για κάτι που είναι για όλους όφελος. Και έτσι να είναι, δεν θα αποτύχω να αναφέρω την χρησιμότητα αυτών των αριθμών εξαιτίας της συκοφαντίας ενός τέτοιου ανθρώπου……….».

<u>Πως συμβόλιζε τους δεκαδικούς</u>

As 3 $(^1)$ 7 $(^2)$ 5 $(^3)$ 9 $(^4)$ that is to say, 3 Primes, 7 Seconds, 5 Thirds, 9 Fourths, and so proceeding infinitly: but to speake of their valew, you may note, that according to this definition, the sayd numbers are $^3/_{10}$, $^7/_{100}$, $^5/_{1000}$, $^9/_{10000}$, together $^{3759}/_{10000}$. and likewise 8 $(^0)$ 9 $(^1)$ 3 $(^2)$ 7 $(^3)$ are worth 8 $^9/_{10}$ $^3/_{100}$ $^7/_{1000}$ together 8 $^{937}/_{1000}$ and so of other like. Also you may understand, that in this Disme we use no fractions, and that the multitude of signes, except $(^0)$ never exceede 9: as for example, not 7 $(^1)$ 12 $(^2)$ but in their place 8 $(^1)$ 2 $(^2)$, for they valew as much.

<u>Ο Στέβιν για το 1/3</u>

Συμβαίνει επίσης μερικές φορές, ότι το πηλίκο δεν μπορεί να εκφραστεί με ακεραίους αριθμούς, όπως στην διαίρεση του 4(1) με τον 3(2) [δηλαδή **0,4:0,03**] Σε αυτό το είδος, όπου και αν εμφανιστεί, εκείνο θα έρχεται απείρως από το 3 το υπόλοιπο του **1/3** και σε ένα τέτοιο περιστατικό πρέπει να έρθεις τόσο κοντά όσο τα πράγματα απαιτούν παραλείποντας τα υπόλοιπα [τριάρια]. **Είναι αλήθεια ότι ο 13 $(^0)$ 3 $(^1)$ 3 $^1/_3$ $(^2)$ θα ήταν το τέλειο πηλίκο.** *Αλλά εμείς αποβλέπουμε σε αυτήν την Disme στο να δουλέψουμε μόνο με ακέραιους αριθμούς* [συνεπώς (φαντάζομαι ότι εννοεί ότι) θα γράψουμε ότι **0,4:0,03 = 13,3 ή 13,33 κ.λ.π ανάλογα με την ακρίβεια που θέλουμε]** :για να δείτε ότι σε οποιαδήποτε ζητήματα, τα άτομα δεν υπολογίζουν το χιλιοστό μέρος ενός mite (νόμισμα πολύ μικρής αξίας), grayne, &c. όπως ομοίως χρησιμοποιείται από τους σημαντικότερους γεωμέτρες , και τους αστρονόμους, στους σημαντικούς υπολογισμούς, όπως και οι Ptolome& Johannes Montaregio δεν έχουν περιγράψει τους πίνακές τους των τόξων ,των χορδών, ή των ημίτονων, στην ακραία τελειότητα (δεδομένου ότι ενδεχομένως να έχουν κάνει από πολυώνυμους αριθμούς,) επειδή εκείνη η ατέλεια (εξετάζοντας το πεδίο και το τέλος εκείνων των πινάκων) είναι καταλληλότερη παρά η τέτοια τελειότητα.

<u>**Ο Σαίξπηρ και ο Στέβιν**</u> : Το 1609 ο Σάιξπηρ επανεκδίδει το έργο του «ΤΡΩΙΛΟΣ και ΧΡΥΣΗΙΔΑ». Έχει εξαιρετικό ενδιαφέρον το παρακάτω απόσπασμα:

Hector Though no man lesser fears the Greeks than I As far as toucheth my particular, 10Yet, dread Priam, There is no lady of more softer bowels, More spongy to suck in the sense of fear, More ready to cry out 'Who knows what follows?' Than Hector is: the wound of peace is surety, Surety secure; but modest doubt is call'd The beacon of the wise, the tent that searches To the bottom of the worst. Let Helen go: Since the first sword was drawn about this question, Every **tithe** soul, 'mongst many thousand **dismes** *(δεκάτων)*, Hath been as dear as Helen; I mean, of ours: 21If we have lost so many **tenths** of ours, To guard a thing not ours nor worth to us, Had it our name, the value of **one ten**, What merit's in that reason which denies The yielding of her up?	**ΠΡΙΑΜΟΣ** Αφού κάμποσα χάσαμε, ώρες, ζωές και λόγους, να τι μας λέει πάλι ο Νέστωρ, από τους Έλληνες: «Δώστε μας την Ελένη κι ότι άλλη ζημιά – τιμή καιρό, εργασία, έξοδα, πληγές, φίλους και ότι άλλη αξία εχώνεψε ζεστή στα σπλάχνα του ο αγιούπας πόλεμος – τα σβήνουμε». – Έκτορα, εσύ τι λες για αυτό; **ΕΚΤΟΡΑΣ** Αν και από με λιγότερο άλλος δεν φοβάται τους Έλληνες, ωστόσο εγώ σεβάσμιε Πρίαμε, πιο πρόθυμα και από την πιο τρυφερόπαρδη κυρία, την πιο σφουγγάρι να ρουφάει το αίσθημα του φόβου, φωνάζω: «Ποιος γνωρίζει τι έρχεται;» Το έλκος της ειρήνης είναι η ασφάλεια η σίγουρη η ασφαλισμένη σιγουριά˙ μα η λίγη αμφιβολία λέγεται πυροφάνι του σοφού και καθετήρας που ψάχνει το κακό στον πάτο. Ας πάει η Ελένη. Από το πρώτο που άστραψε σπαθί για αυτό το ζήτημα το **δέκατο** κάθε ζωής από την **δεκάτη** τόσων χιλιάδων ήταν ακριβό σαν την Ελένη – λέω τους δικούς μας˙ αφού χάθηκαν δικοί μας τόσα και τόσα **δέκατα**, για να κρατάμε πράμα που ούτε δικό μας είναι, ούτε έχει αξία, και αν είχε το όνομά μας όση και ένα **δέκατο** - ,

Troilus Fie, fie, my brother! Weigh you the worth and honor of a king So great as our dread father in a scale Of common **ounces**? will you with counters sum The past proportion of his infinite? And buckle in a waist most fathomless With **spans** and **inches** so diminutive As fears and reasons? fie, for godly shame!	ποια έχει αξία αυτός ο λόγος που επιμένει να μην την παραδώσουμε; **ΤΡΩΙΛΟΣ** Ντροπή, ντροπή αδελφέ μου! Ζυγιάζεις την αξία και την ντροπή ενός βασιλιά, μεγάλου σαν τον σεβαστό πατέρα μας, με ζύγια κοινά; Θέλεις με **νόμισμα τρεχούμενο** να λογαριάσεις το υπερδιάστατο του απείρου του; Να ζώσεις μέση που έξω είναι από κάθε μέτρο; με **πιθαμές** και **πόντους**, τόσο μειωτικά, όπως οι φόβοι και οι ορθολογισμοί; Ντροπή προς θεού!

- **Πως ερμηνεύετε το παραπάνω κείμενο**;

- **Τελικά γιατί 1/7 κάνει** $0,\overline{142857}$ **(και τι επιτέλους τι σημαίνει αυτό;)**

Διαδικασία μετατροπής τού κλάσματος *1/7* σε δεκαδικό κλάσμα:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{7} &= \frac{10\cdot\frac{1}{7}}{10} = \frac{1+\frac{3}{7}}{10}\\
&= \frac{1}{10} + \frac{\frac{3}{7}}{10} = \frac{1}{10} + \frac{10\cdot\frac{3}{7}}{10^2} = \frac{1}{10} + \frac{\frac{30}{7}}{10^2}\\
&= \frac{1}{10} + \frac{4+\frac{2}{7}}{10^2} = \frac{1}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{\frac{2}{7}}{10^2} = \frac{1}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{10\cdot\frac{2}{7}}{10^3}\\
&= \frac{1}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{\frac{20}{7}}{10^3} = \frac{1}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{2+\frac{6}{7}}{10^3}\\
&= \frac{1}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{\frac{6}{7}}{10^3}\\
&\vdots
\end{aligned}
$$

```
1
× 10
7⌊10
   1 ύπόλ. 3
     × 10
     7⌊30
        4 ύπόλ. 2
          × 10
          7⌊20
             2 ύπόλ. 6
               × 10
               7⌊60
                  8 ύπόλ. 4
                    × 10
                    7⌊40
                       5 ύπόλ. 5
                         × 10
                         7⌊50
                            7 ύπόλ. 1     κ.ο.κ.
```

Το υπόλοιπο 1 πού βρήκαμε είναι ίσο με τον αρχικό αριθμητή. Συνεπώς ή όλη διαδικασία θα αρχίσει νά επαναλαμβάνεται. Έτσι, το αποτέλεσμα μας θα είναι:

$$\frac{1}{7} = \frac{1}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{8}{10^4} + \frac{5}{10^5} + \frac{7}{10^6} + \ldots$$
$$= 0,\overline{142857}\,.$$

Εύκολα βλέπουμε ότι πρόκειται, ουσιαστικά, για τον γνωστό μας αλγόριθμο διαίρεσης:

```
1 000 000 | 7
  7       |________
            142 857
  30
  28
   20
   14
    60
    56
     40
     35
      50
      49
       1 .
```

Επισυνάψαμε μηδενικά κι αυτό ίσως αποκρύπτει την πραγματική ιδέα ότι οι αριθμητές πολλαπλασιάζονται με το 10 και τα γινόμενα διαιρούνται με τον παρονομαστή. Ωστόσο, ο αλγόριθμος γίνεται έτσι πιο εύκολοθύμητος, γιατί είναι αυτός πού ξέρουμε.

- Και τι σημαίνει αυτό;