

Πρόλογος

Οι "Αποδείξεις χωρίς λόγια" άρχισαν να εμφανίζονται στο Mathematics Magazine γύρω στο 1975. Μερικά χρόνια νωρίτερα ο Martin Gardner στη δημοφιλή του στήλη "Μαθηματικά Παιχνίδια" στο τεύχος του Οκτωβρίου 1973 του περιοδικού Scientific American όταν αναφερόταν στις "Αποδείξεις χωρίς λόγια" τις αποκαλούσε "look - see" ("βλέπω - κατανοώ") διαγράμματα. Ο Gardner παρατηρεί ότι "σε πολλές περιπτώσεις μια βαρετή απόδειξη μπορεί να συμπληρωθεί από ένα γεωμετρικό ανάλογο, τόσο απλό και όμορφο, ώστε η αλήθεια ενός θεωρήματος να είναι ορατή (κατανοητή) με μια ματιά".

Οι "Αποδείξεις χωρίς λόγια" όμως δεν είναι πρόσφατες επινοήσεις, έχουν μακρά ιστορία. Πραγματικά στον τόμο αυτό θα βρείτε μοντέρνες εκδοχές αποδείξεων χωρίς λόγια από την αρχαία Κίνα, την κλασική Ελλάδα και την Ινδία του 12ου αιώνα. Φυσικά οι "Αποδείξεις χωρίς λόγια" δεν είναι στην πραγματικότητα αποδείξεις. Όπως παρατηρούν οι Theodore Eiser και Tommy Dreyfus στο άρθρο τους "Για τον δισταγμό να οπτικοποιούμε στα Μαθηματικά", μερικοί θεωρούν ότι τέτοιες οπτικοποιήσεις έχουν μικρή αξία, ότι υπάρχει ένας και μόνο ένας τρόπος να επικοινωνήσουμε με τα Μαθηματικά και ότι οι "Αποδείξεις χωρίς λόγια" δεν είναι αποδεκτές.

Αλλά για να αντικρούσουν αυτή την άποψη οι Eisenberg και Dreyfus παραθέτουν κάποια αποσπάσματα σχετικά με το θέμα: Ο Paul Halmos μιλώντας για τον Solomon Lefschetz (εκδότη των Annals) δήλωνε: "Εβλεπε τα Μαθηματικά όχι ως λογική, αλλά ως εικόνες". Μιλώντας για το τι χρειάζεται για να γίνει κάποιος μαθηματικός, σημείωνε: **"Για να γίνεις ένας σοφός μαθηματικός πρέπει να έχεις γεννηθεί με την ικανότητα να οπτικοποιείς"** και οι περισσότεροι δάσκαλοι προσπαθούν ν' αναπτύξουν την ικανότητα αυτή στους μαθητές τους. Το "σχεδίασε ένα σχήμα" είναι η κλασική παιδαγωγική συμβουλή του Polya, και η άποψη των Einstein και Poincare ότι θα έπρεπε να χρησιμοποιούμε την οπτική μας διαίσθηση είναι πολύ γνωστή.

Συνεπώς αν οι "Αποδείξεις χωρίς λόγια" δεν είναι αποδείξεις, τότε τι είναι; Όπως θα δείτε από αυτή τη συλλογή, η παραπάνω ερώτηση δεν επιδέχεται μια απλή, συνοπτική απάντηση. Γενικά όμως οι "Αποδείξεις χωρίς λόγια" είναι εικόνες ή διαγράμματα που βοηθούν τον παρατηρητή να καταλάβει γιατί ένας συγκεκριμένος ισχυρισμός μπορεί να είναι αληθής και επίσης να διακρίνει την πορεία που μπορεί να ακολουθήσει για να αποδείξει ότι είναι αληθής.

Σε μερικές περιπτώσεις μία ή δύο εξισώσεις μπορεί να εμφανίζονται στη σειρά για να οδηγήσουν τον παρατηρητή σ' αυτή την πορεία. Η έμφαση όμως δίνεται στην παρουσίαση οπτικών υποδείξεων στον παρατηρητή με σκοπό να διεγείρουν τη μαθηματική σκέψη.

Θα πρέπει να σημειώσω ότι αυτή η συλλογή δεν στοχεύει στο να είναι πλήρης. Δεν περιλαμβάνει όλες τις αποδείξεις χωρίς λόγια που έχουν εμφανιστεί σε διάφορα έντυπα, αλλά είναι ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα του είδους.

Ελπίζω ότι οι αναγνώστες αυτής της συλλογής θα βρουν ευχαρίστηση ανακαλύπτοντας και επανακαλύπτοντας μερικές έξοχες οπτικές αποδείξεις συγκεκριμένων μαθηματικών ιδεών, **ότι οι καθηγητές Μαθηματικών θα θελήσουν να μοιραστούν πολλές απ' αυτές με τους μαθητές τους** και ότι όλοι θα βρουν ερεθίσματα και ενθάρρυνση για να προσπαθήσουν να δημιουργήσουν νέες "αποδείξεις χωρίς λόγια".

Roger B. Nelsen
Lewis and Clark College
Portland, Oregon