# *Μέρος ΙΙ: Συνειρμοί*

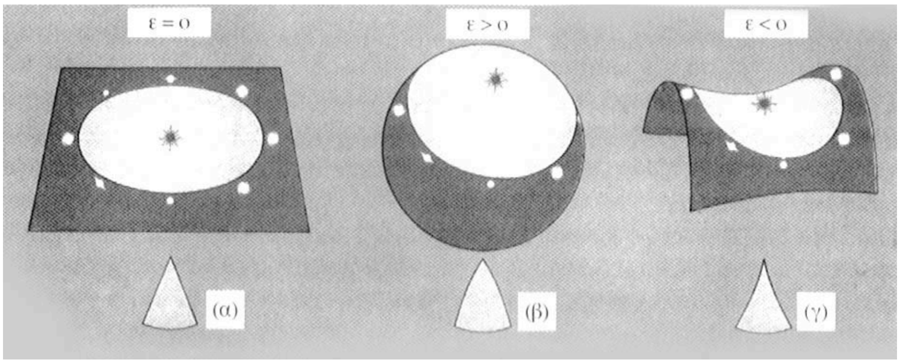
Οι προτάσεις που ακολουθούν έχουν σαν στόχο να δώσουν στους μαθητές το έναυσμα να αναζητήσουν τα μαθηματικά έξω από τα σχολικά τους βιβλία, σε θέματα που από τη μία φαντάζουν (και ενδεχομένως είναι) πιο συναρπαστικά και όπου δεν φαντάζονταν ότι θα συναντούσαν τα ενοχλητικά «αριθμητικά δαιμόνια».

**Η Έννοια και Αξία της Απόδειξης**

Αν και η απόδειξη αυτή καθεαυτή, όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, δεν απαντάται πουθενά μέσα στο βιβλίο με τη συνήθη μορφή της, ήτοι ως μέσο επαλήθευσης των διαφόρων ισχυρισμών του πειραχτηριού, έχει την ξεχωριστή της θέση. Στην Ενδέκατη Νύχτα, ο Robert έρχεται σε επαφή, όχι με την απόδειξη όπως αυτή είναι γνωστή στο σχολείο (ένας αριθμός από βήματα, πράξεις και ισχυρισμούς που αποδεικνύουν ένα θεώρημα), αλλά ως οντότητα, ως πρακτικός τρόπος να φτάσει κανείς από την αρχή ενός δρόμου στο τέλος του ή εν προκειμένω από τη μία όχθη ενός ορμητικού ποταμού στην άλλη. Τα βήματα της απόδειξης είναι τα στέρεα βραχάκια που αντέχουν το βάρος του ήρωά μας. Βέβαια, με τη βοήθεια μιας εικόνας παρατίθεται και ο παραλογισμός της αποδεικτικής διαδικασίας, ο οποίος οδήγησε τον *Bertrand Russell* σε μια ανάλυση με κουραστική σημειολογία, η οποία απεδείκνυε πως 1 + 1 = 2. Οι 10 σελίδες μέσα στις οποίες γίνεται η αναφορά στην απόδειξη, αποτελούν πολύ γόνιμο έδαφος για συζήτηση και έρευνα από τη μεριά των μαθητών:

● Η καταγωγή της απόδειξης. Η γέννηση της αποδεικτικής διαδικασίας. Αναζήτηση πληροφοριών με στόχο το θέμα να παραπέμψει στον *Ευκλείδη* και το έργο του. Εξήγηση από τον διδάσκοντα και εκτίμηση από τους μαθητές αυτής της συνεισφοράς: έρευνα για προγενέστερη γεωμετρική γνώση αρχαιότερων λαών (Βαβυλώνιοι, Αιγύπτιοι) και σύγκριση των μαθηματικών τους επιτευγμάτων από πρακτικής και θεωρητικής σκοπιάς με αυτά της μετά-Ευκλείδη εποχής. Έρευνα για τη ζωή και το έργο του *Ευκλείδη*.

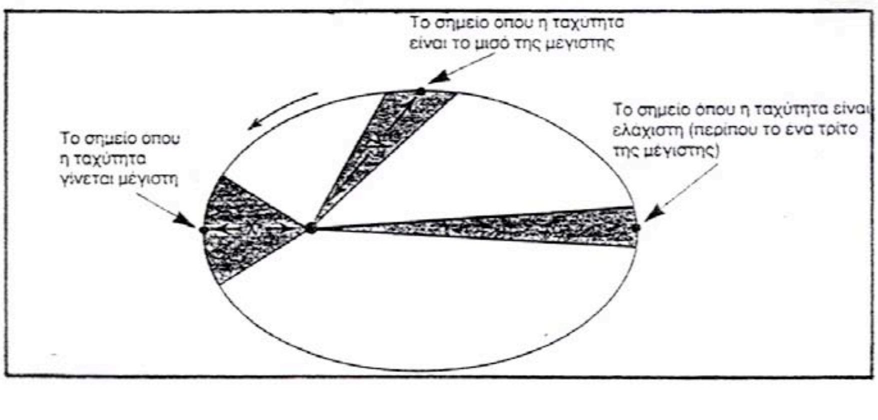
● Ο διδάσκων καλείται να παρακινήσει εμμέσως τους μαθητές να αμφισβητήσουν το 5$^{ο}$ αξίωμα. Συνιστάται να τους δοθεί η ευκαιρία να δοκιμάσουν τον ισχυρισμό, με τις προσπάθειές τους να αποβούν αργά η γρήγορα άκαρπες. Ανάθεση έρευνας σχετικά με προγενέστερες προσπάθειες απόδειξης του 5$^{ου}$ αξιώματος ως θεωρήματος. Εναλλακτικά, μπορεί να δοθεί άμεσα ως θέμα για συζήτηση και έρευνα η σχέση του 5$^{ου}$ αξιώματος (ισχύοντος ή όχι) με την αστρονομία. Προτιμήστε να μπείτε σε αυτό το θέμα με φράσεις που να εμπνέουν μυστήριο, όπως: «τελικά τι σχήμα έχει το Σύμπαν;» και παρακινήστε τους να αναζητήσουν την απάντηση σε σχέση με το 5$^{ο}$ αξίωμα. Μην υποτιμάτε την αξία του internet και τη σχέση των σημερινών μαθητών με αυτό. Αν υπάρχει πρόσβαση, μια λίστα με φαινομενικά άσχετες μεταξύ τους λέξεις-κλειδιά για αναζήτηση, μπορεί να κινήσει πολύ το ενδιαφέρον τους. Δεδομένου ότι η συζήτηση θα έχει σαν τελικό στόχο μια σύντομη επαφή με τις μη ευκλείδειες γεωμετρίες (*Riemann*, *Lobatschewski*), είναι απαραίτητο να έχετε κάνει προηγουμένως τη σχετική έρευνα, ώστε να δώσετε μερικές εξηγήσεις χωρίς να βρεθείτε πνιγμένοι σε ένα αρκετά σύνθετο ζήτημα, αλλά ούτε και να κουράσετε τους μαθητές. [Ένα δείγμα χρήσιμων και μη αποπνικτικών πληροφοριών μπορείτε να βρείτε στο βιβλίο «Το Σύμπαν που Αγάπησα», Τόμος Πρώτος σ. 63, *Στράτου Θεοδοσίου* και *Μάνου Δανέζη*, Εκδόσεις Δίαυλος. Για κάπως πιο αναλυτικά αλλά πάλι όχι δυσνόητα, παραπέμπουμε στο «Η Ποίηση του Σύμπαντος», *Robert Osserman*, Εκδόσεις Κάτοπτρο. Ενθαρρύνεται η κριτική σύγκριση μεταξύ του είδους, της πολυπλοκότητας και της περιεκτικότητας των πληροφοριών των δύο βιβλίων (ή ενδεχομένως και άλλων).]




Σχηματικά οι τρεις διαφορετικές γεωμετρίες, όπου «ε» η καμπυλότητα (από το βιβλίο «Το Σύμπαν που Αγάπησα», Σ.Θεοδοσίου, Μ.Δανέζη)

● Συζήτηση και έρευνα με θέμα ανθρώπινες ιστορίες που περιστράφηκαν γύρω από αποδείξεις. Δίνονται ως χαρακτηριστικά παραδείγματα το Θεώρημα του Fermat (ενδεχομένως και ονόματα ορισμένων από τους πρωταγωνιστές της ιστορίας της απόδειξης) και η ιστορία των Principia Mathematica και της μαθηματικής λογικής (με βήμα την αναφορά στον *Russell*) η οποία κυριολεκτικά τρέλανε τους σπουδαιότερους θεμελιωτές της (*Frege*, *Cantor*, *Hilbert*, *Gödel*) . Άλλα ονόματα που προσφέρονται ως θέματα έρευνας και συζήτησης είναι αυτά του *Newton*, του *Eüler* και του *Hardy*. Αναζητήστε (ή βάλτε τους μαθητές να αναζητήσουν) προς αξιοποίηση τα παρακάτω:

(α) Ο *Newton* έλαβε κάποτε μια επιστολή από τον *Edmund Halley*, αναφορικά με τους Νόμους του *Kepler*, οι οποίοι λειτουργούσαν πολύ καλά στην πράξη, αλλά στερούνταν μαθηματικής απόδειξης και ζήτησε τη βοήθειά του προς αυτήν την κατεύθυνση. Ο *Newton* ισχυρίστηκε ότι τους είχε ήδη αποδείξει μαθηματικά και μάλιστα κομψά. Ωστόσο η απόδειξη που έστειλε στον *Halley*, αν και σωστή, κάθε άλλο παρά κομψή ήταν (γενικά πιστεύεται ότι έκανε την απόδειξη κατόπιν του γράμματος του *Halley*). Συνιστάται έρευνα του περιστατικού και συζήτηση πάνω στις προεκτάσεις που έχει η απόδοση μιας απόδειξης σε ένα συγκεκριμένο άτομο.



(β) Ο *Hardy* όχι μόνο πίστευε στο Θεό, αλλά θεωρούσε ότι ήταν θανάσιμοι εχθροί. Έτσι έστειλε ένα ψευδές τηλεγράφημα ότι είχε αποδείξει την εικασία *Riemann* για τους πρώτους αριθμούς, πριν ξεκινήσει ένα ταξίδι σε ταραγμένη θάλασσα. Αναζητήστε το σχετικό μαθηματικό ανέκδοτο και στοιχεία για την εικασία *Riemann* χωρίς να μπείτε σε λεπτομέρειες. Συζητήστε τη σημασία της υστεροφημίας. [Μεγάλη βοήθεια θα είναι το βιβλίο «Η Μουσική των Πρώτων Αριθμών», *Marcus du Sautoy*, Εκδόσεις Τραυλός.]

**Μεταξύ Αριθμού και Ξίφους**

Εδώ τα μαθηματικά αποτελούν την εκκίνηση για την έρευνα ιστορικών αληθειών και ανεκδότων, τα οποία σχετίζονται με τη φιλοσοφική σκέψη, την κοινωνική κατάσταση και τα τεκταινόμενα της εκάστοτε εποχής. Τα μαθηματικά ξεφεύγουν από το ρόλο τους ως δυνάστες των μαθητών και γίνονται αφηγητές (μέσω του διδάσκοντα ή της έρευνας των μαθητών) συναρπαστικών ιστοριών. Ακολουθούν μερικά παραδείγματα:

● Στην Τέταρτη Νύχτα (σ. 82-85), γίνεται αναφορά στο $\sqrt{2}$, ως μέρος της γενικής συζήτησης για τις ρίζες και εν τέλει για τους άρρητους αριθμούς («παράλογους») και δίδεται η γεωμετρική κατασκευή από το τετράγωνο με μοναδιαίες πλευρές. Εύκολα η συζήτηση μπορεί να έρθει στον φερόμενο ως πρώτο που παρατήρησε αυτή την «ανωμαλία», τον *Ίππασο τον Μεταποντίνο*. Έρευνα-αναφορά στη ζωή και το έργο του, σύνδεση με τη σχολή των *Πυθαγορείων* και παραπομπή στο γνωστό θεώρημα που ξαφνικά θα αποκτήσει νέο ενδιαφέρον: μια θεωρία λέει ότι ο *Ίππασος* δολοφονήθηκε λόγω της ανακάλυψής του, η οποία αναιρούσε την τελειότητα των αριθμών που ασπάζονταν οι Πυθαγόρειοι.

● Δραστηριότητα με έρευνα ενδεχομένως κατά περιοχές (Αραβία, Ελλάδα, Μεγάλη Ελλάδα, Ινδία, Κίνα) ή με προτάσεις για συγκεκριμένα ονόματα, όπως οι *Omar Khayyàm*, *Hassan El Sabah* (παραπομπή στην γενικότερη ιστορία των *Hassassin*) κ.α. Δεν είναι ανάγκη οι έρευνες να περιοριστούν στον αρχαίο κόσμο, καθότι υπάρχει γόνιμο έδαφος και στη μεταγενέστερη ιστορία (π.χ. *Tartaglia*, Οικογένεια *Bernoulli*, *Gallois*). [Προτείνεται αναφορά σε βιβλία όπως «Το Θεώρημα του Παπαγάλου», *Denis Guedj*, Εκδόσεις Πόλις (το οποίο αναλώνεται στην εξιστόρηση της μαθηματικής εξέλιξης, με πληθώρα από ενδιαφέροντα περιστατικά και ιστορίες σχετιζόμενες με τους ανθρώπους που παρήγαγαν τη μαθηματική γνώση), «Ο Θείος Πέτρος και η Εικασία του Γκόλντμπαχ», *Απόστολου Δοξιάδη*, Εκδόσεις Καστανιώτης και «Η ράβδος του Ευκλείδη», *Jean Pierre Luminet*, Εκδόσεις Λιβάνης.] Ακολουθεί ένα παράδειγμα:

Ο *Leonhard Eüler*, όταν ανακάλυψε ότι επρόκειτο να χάσει την όρασή του, αποστήθισε τα μαθηματικά που θεώρησε ότι θα χρειαστεί για να συνεχίσει την έρευνά του. Επίσης, είχε πάρα πολύ δυνατό υπολογιστικό μυαλό και μπορούσε, μεταξύ άλλων να υπολογίσει από μνήμης μέχρι και το $2^{100}$. Συζητήστε περί θεωρούμενων και πραγματικών ικανοτήτων ή / και δεξιοτήτων, νοητικών ή μη που καθιστούν κάποιον, δυνάμει, καλό επιστήμονα (μην περιοριστείτε στους μαθηματικούς).

**Η Πινακοθήκη**

Σε πολλά σημεία το Πειραχτήρι είτε λέει ξεκάθαρα, είτε υπαινίσσεται ότι είναι ένα από πολλά που υπήρχαν, υπάρχουν και θα υπάρξουν. Από τη μία αυτό μπορεί να ερμηνευθεί όπως αναφέρεται στην εισαγωγή, δηλαδή ότι τα Πειραχτήρια των Αριθμών είναι η διάνοια διαφόρων μαθηματικών και ότι βρίσκονται πίσω από τις σπουδαίες εμπνεύσεις και αποδείξεις. Από την άλλη, οι αναφορές του Πειραχτηριού σε μαθηματικούς ως «συναδέλφους» του ή άλλα Πειραχτήρια, μπορεί να αποτελέσει βήμα για μια ενδιαφέρουσα δραστηριότητα. Αν πάρουμε ως κανόνα ότι οι μαθηματικοί είναι τα Πειραχτήρια, μπορούμε να συνθέσουμε έναν ενδιαφέροντα κατάλογο.

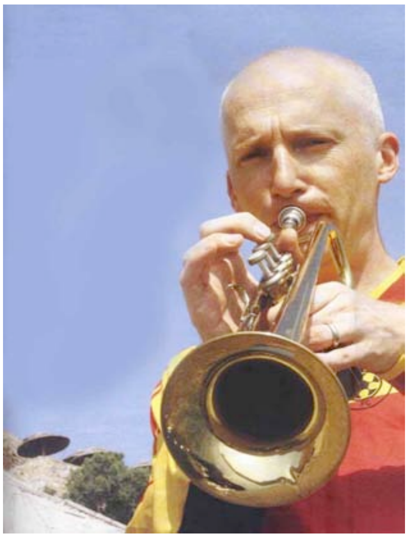
Μοιράζεται στους μαθητές (χωρισμένους ενδεχομένως σε ομάδες) το βιβλίο σε κεφάλαια, με την οδηγία να σημειώσουν τα ονόματα που εμφανίζονται στις σελίδες τους. Αυτό περιλαμβάνει π.χ. το «Μπονάτσι» από τους «Αριθμούς Μπονάτσι» (αριθμοί της ακολουθίας *Fibonacci*), δεδομένου ότι πήραν το όνομά τους από ένα διάσημο Πειραχτήρι. Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει εύκολα, σχεδόν όλοι οι μαθηματικοί και τα περισσότερα από τα θεωρήματα ή ορισμοί, δίνονται με παρατσούκλια που αποτελούν είτε λογοπαίγνια, είτε συνειρμούς (παραδείγματα ο *Felix Klein* = «Ευτυχής Μικρούλης», *Professor Gauss* → Professor Grauss = «Καθηγητής Τρόμος» και ο *Johan de Luna* = «Τζόνι Φεγγάρης»). Αφού έχουν σημειωθεί τα ονόματα, προτείνεται κάποια από τις ακόλουθες δραστηριότητες:

● Όλες οι ομάδες διατηρούν από τα ονόματα που σημείωσαν, τον ίδιο αριθμό εξ' αυτών, κατόπιν κοινής συμφωνίας ή υπόδειξης από τον διδάσκοντα. Έπειτα, αφού καθοριστεί κάποια σειρά, η κάθε ομάδα διαδοχικά διαλέγει ένα όνομα και ρωτάει ομάδα της επιλογής της αν αναγνωρίζει τον μαθηματικό που υποδεικνύει το παρατσούκλι. Αυτό βεβαίως είναι δυνατόν να επεκταθεί σε ονομασίες θεωρημάτων ή ορισμούς (π.χ. Ακολουθία Fibonacci = «Αριθμοί Μπονάτσι», Άρρητοι = «Παράλογοι Αριθμοί», Δυνάμεις = «Πήδοι» κ.ο.κ). Αν η ερωτηθείσα ομάδα βρει την κανονική ονομασία, παίρνει έναν βαθμό, αν όχι ο βαθμός πάει στην ερωτούσα ομάδα. Το παιχνίδι τελειώνει όταν εξαντληθούν τα ονόματα. Εναλλακτικά, αν οι μαθητές τυχαίνει να μην έχουν ιδιαίτερη επαφή με τα ονόματα λόγω ηλικίας, μπορεί να δοθεί μια εβδομάδα έρευνας με όλο το βιβλίο στη διάθεσή τους, ώστε να προετοιμαστούν για το παιχνίδι. Είναι σημαντικό να μην έχουν πρόσβαση στο ευρετήριο στο τέλος του βιβλίου και να μην γνωρίζουν ποια ομάδα έχει ποιο κεφάλαιο. Αν δεν μοιραστούν όλα τα κεφάλαια, παρά μόνο τα πλουσιότερα σε ονόματα, αυτό μπορεί να επιτευχθεί με φωτοτυπίες. Προτείνεται κάποιου είδους έπαθλο για τη νικήτρια ομάδα (όπως για παράδειγμα κάποιο άλλο βιβλίο επιστημονικής λογοτεχνίας), αλλά το αν τελικά θα είναι υλικό ή ηθικό, επαφίεται στον διδάσκοντα.

● Συζήτηση στην τάξη προ ή κατόπιν έρευνας, με διευκρίνιση των ονομάτων από τον διδάσκοντα, όπου αυτό είναι απαραίτητο και ενδεχομένως σύντομη σύγκριση με τη μαθηματική ύλη της χρονιάς, όπου αυτό είναι δυνατόν. Ανάθεση εξεύρεσης πληροφοριών για επιλεγμένα (ή όλα, αν επαρκούν οι μαθητές) ονόματα (καλύτερα ανθρώπων) με στόχο μια σειρά παρουσιάσεων στην υπόλοιπη ομάδα ανάγνωσης.

Συνιστάται συγκεκριμένη μορφή του κειμένου για τη παρουσίαση των πληροφοριών, ώστε στο τέλος της διαδικασίας να παραχθεί κάτι σαν λεύκωμα των μαθηματικών που αναφέρθηκαν / μελετήθηκαν (παραθέτοντας το παρατσούκλι του καθενός από το βιβλίο), το οποίο θα μοιραστεί στα μέλη της ο μάδας ανάγνωσης σαν σύνολο. Οι δυνατότητες ενός τέτοιου ευρετηρίου, το οποίο θα έχει συντεθεί με την ενεργή συμμετοχή των μαθητών, έχει πέρα από το γνωστικό κέρδος, προφανώς, περαιτέρω δυνατότητες και χρήσεις, κατά την κρίση του διδάσκοντα.

**Οι Συνήθεις Ύποπτοι**



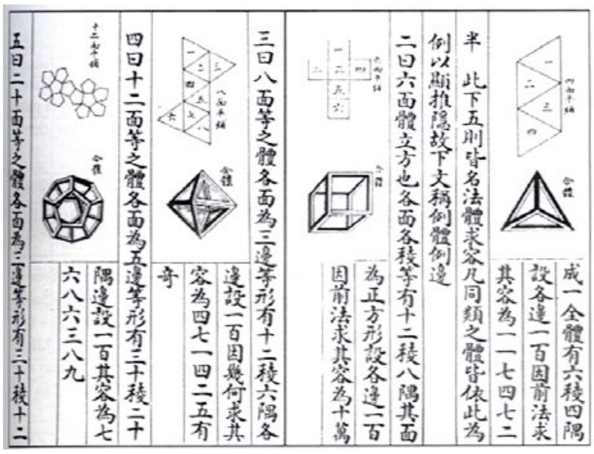
Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να συνδυαστεί συνολικά με την ενότητα της **Πινακοθήκης**, αλλά αυτό δεν είναι απαραίτητο. Μπορείτε κάλλιστα να καταρτίσετε ένα κατάλογο με ονόματα μαθηματικών και σχετικών προσωπικοτήτων που αναφέρονται στο βιβλίο (ή να παραπέμψετε απλώς στο ευρετήριο) και αναθέσετε στους μαθητές να αναζητήσουν εικόνες σε βιβλία ή στο internet, των εν λόγω ατόμων. Όταν μαζευτεί το φωτογραφικό υλικό, μοιράζεται συνολικά στους μαθητές, με την οδηγία να αναλογιστούν ποια από αυτά τα πρόσωπα τους φαίνονται «μαθηματικά» και ενδεχομένως να σημειώσουν δυο-τρία πράγματα ως αιτιολόγηση. Ακολουθεί συζήτηση και σημείωση βασικών συμπερασμάτων. Εναλλακτικά, μπορούν να επιλεγούν μόνο ορισμένα πρόσωπα από τον διδάσκοντα, ενδεχομένως αναμεμειγμένα με μη μαθηματικούς ή γενικότερα μη επιστήμονες της ίδιας εποχής (για να διευκολυνθείτε, επιλέξτε συγκεκριμένες περιόδους). Έπειτα μοιράζονται / προβάλλονται οι φωτογραφίες στους μαθητές και ακολουθεί η ίδια ουσιαστικά διαδικασία, φυσικά με επακόλουθες εξηγήσεις από τον διδάσκοντα για την κάθε φωτογραφία (αν είναι απαραίτητο).

*Marcus du Sutoy* (πάνω), *Rudolf Steiner και Georg Riemann*: ποιος… **φαίνεται** μαθηματικός και ποιος είναι;

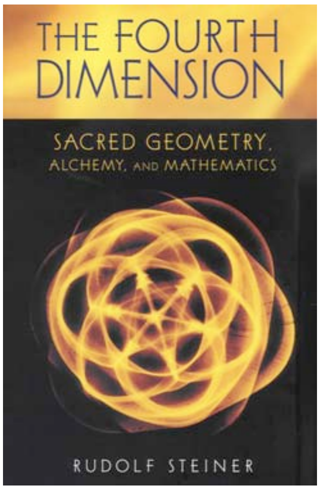
## Η Διάσταση του Ζητήματος

Στη Δέκατη Νύχτα (σ. 206-213), γίνεται λόγος για σταθερές αναλογίες (χρυσή τομή- δείτε το πρώτο μέρος της παρουσίασης) και παρατίθεται ένα τέχνασμα με κόμβους, επιφάνειες και γραμμές: με τη βοήθεια του τεχνάσματος αυτού σε οποιοδήποτε δισδιάστατο σχήμα το άθροισμα των κόμβων (Κ) με τις επιφάνειες (Ε) και μείον τις γραμμές (Γ) – όπου γραμμή ορίζεται ως οτιδήποτε βρίσκεται μεταξύ δύο κόμβων – δίνει πάντα τη μονάδα. Αντίστοιχα, σε τρισδιάστατα σχήματα δίνει τον αριθμό 2 και μετά η συζήτηση παραπέμπει στην πρακτική κατασκευή στερεών από επίπεδα σχήματα.

● Μαθηματικά ή Μαγικά; Ο τύπος του πειραχτηριού σχετίζεται με πραγματικά μαθηματικά ή είναι ένα απλό τρυκ; Συζητήστε. Μια ενδιαφέρουσα οδός είναι η ανακάλυψη από τα παιδιά ή η αποκάλυψη από τον διδάσκοντα, της ύπαρξης του Τύπου του *Eüler*. (Με την εκκίνηση μια συζήτησης για τον *Eüler*, η δραστηριότητα μπορεί να παραπέμψει σε κάποια από τις παραπάνω, σχετιζόμενες με τους μαθηματικούς και τη ζωή τους.) Γιατί το κόλπο πιάνει πάντα; Ενθαρρύνετε την αναζήτηση απάντησης στην αξιωματική θεμελίωση (τι ορίσαμε ως κόμβους, γραμμές, επιφάνειες;). Ο διδάσκων καλείται να παρακινήσει τα παιδιά να αναζητήσουν κάποιο νόμο ή σταθερή αναλογία (πλευρών – γραμμών – επιφανειών), στα οποία να οφείλεται η ισχύς του «τρυκ». Συζητήστε το σχήμα της μπάλας του ποδοσφαίρου. Φτιάχνουμε στερεά μόνο με ίδιες πλευρές (ανάλυση και έρευνα για τα ημικανονικά πολύεδρα και πού τα συναντάμε) Για μικρότερα παιδιά προτείνεται δραστηριότητα κατασκευής γεωμετρικών στερεών από χαρτόνι και αξιοποίηση της προτεινόμενης δραστηριότητας των σελίδων 212-213.




● Συζήτηση: τι θα μπορούσαν να σημαίνουν οι αριθμοί 1 και 2 που προκύπτουν για τα επίπεδα και τα στερεά αντίστοιχα; (π.χ. ελάχιστος αριθμός γωνιών για την ύπαρξη επιφάνειας και όγκου αντίστοιχα).

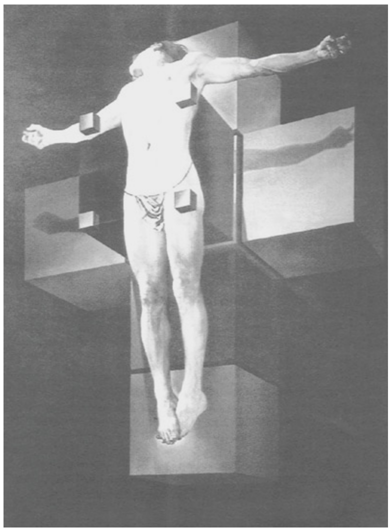



● Στο κείμενο το Πειραχτήρι φτάνει μέχρι τις τρεις διαστάσεις. Υπάρχουν παραπάνω διαστάσεις; Αν ναι, πόσες και σε ποιες μπορούμε να δώσουμε πραγματικό (τρόπω τινά, φυσικό) νόημα; Ο χρόνος έχει / είναι διάσταση; Συναντάμε διαστάσεις μόνο στη γεωμετρία; Γνώριζαν οι Αρχαίοι Έλληνες για διαστάσεις πέρα από την τρίτη (αναφορά στον *Πλάτωνα*); Τι είναι ο τετραδιάστατος χώρος *Hilbert*; Θέστε ερωτήματα και αναθέστε έρευνα μετά από σύντομη συζήτηση. [Χρήσιμη πηγή είναι το βιβλίο «The Fourth Dimension», *Rudolf Steiner*, Anthroposophic Press.]

● Συζήτηση: πώς θα αντιλαμβανόμασταν τις άλλες διαστάσεις αν εμείς ήμασταν μόνο δισδιάστατοι; Πόσες διαστάσεις πιστεύετε ότι έχουμε και γιατί (π.χ. τέσσερις: τρεις για την υλική μας μορφή και μία για την κίνησή μας μέσα στο χρόνο); [Χρήσιμες αναφορές: «The Fourth Dimension», *Rudolf Steiner*, Anthroposophic Press, «The Annotated Flatland», *Edwin Abbott*, με σημειώσεις του *Ian Stewart*, The Perseus Press, «Φλάτερλαντ-Η Περιπέτεια των Πολλών Διαστάσεων», *Ian Stewart*, Εκδόσεις Τραυλός.]

● Βιωματική Εμπειρία: ο διδάσκων ή οι μαθητές επιλέγουν για δραματοποίηση (συνιστάται) ή ανάγνωση, αποσπάσματα από τα Flatland ή Flatterland (από αυτό σε όποια γλώσσα επιθυμούν, αν και γενικά το πρωτότυπο κρίνεται καλύτερο). Μετά από κάθε «παράσταση», στην επόμενη συνάντηση σχολιάζονται και εξηγούνται τα μαθηματικά θέματα που εμφανίστηκαν μέσα στο κείμενο. Αυτό μπορεί να συνδυαστεί και με έρευνα από μέρους των μαθητών στο μεσοδιάστημα.

● Συζήτηση – Έρευνα – Εργασία: Πώς μπορούμε να φτιάξουμε νέες διαστάσεις, ξεκινώντας από το σημείο; «Σύγκρουση» πολλών (άπειρων) σημείων, μας δίνει μια ευθεία. «Σύγκρουση» πολλών (άπειρων) ευθειών, μας δίνει μια νέα ευθεία και τη δεύτερη διάσταση. «Σύγκρουση» πολλών (απείρων) επιφανειών μας δίνει μια νέα επιφάνεια και την Τρίτη διάσταση κ.οκ. Μέχρι πού μπορεί να φτάσει αυτή η διαδικασία; Η έννοια του απείρου και του απειροστού (Πρώτη Νύχτα, Η Διαίρεση της Τσίχλας). Πώς αλλιώς φτιάχνουμε στερεά από επίπεδα (πολλαπλασιασμός της επιφάνειας με την κάθετη σε αυτή ευθεία, άθροισαμ άπειρων ό μοιων επιφανειών απειροστού πάχους κ.ο.κ); [Πάλι εκτενής ανάλυση μπορεί να βρεθεί στο «The Fourth Dimension», *Rudolf Steiner*, Anthroposophic Press.]



«Corpus Hypercubus»,
Salvador Dali, 1954.

● Πού συναντάμε τον κύβο (ή κυβισμό) και τους υπερκύβους εκτός από τα μαθηματικά; Είναι απλώς τέχνη;

**Ακόμα και αν μας… «πειράζουν»**

**ίσως και τα μαθηματικά έχουν πλάκα!**