Μέρος Ι: Μασκαράτα

Προτείνεται η συμμετοχή των μαθητών να είναι βιωματική στο μεγαλύτερο μέρος της ανάγνωσης του βιβλίου· στο συντονιστή αφήνεται να αποφασίσει το εάν και πόσο. Δηλαδή, πριν την ανάγνωση του εκάστοτε ονείρου, δύο παιδιά της ο μάδας θα αναλαμβάνουν να παίξουν το ρόλο του Πειραχτηριού και του Robert αντίστοιχα. Οι δύο μαθητές θα έχουν προετοιμαστεί για τις δραστηριότητες που προτείνονται σε κάθε όνειρο. Σκοπός είναι να προκαλέσουν στους συμμαθητές τους το ενδιαφέρον που φαίνεται να προκαλεί τ ο Πειραχτήρι των Αριθμών στον Robert. Μπαίνοντας στη διαδικασία να πείσουν τους συμμαθητές τους, αναζητούν, ψάχνουν για τις μαθηματικές έννοιες που πρέπει να παρουσιάσουν και σκαρφίζονται τρόπους για να διατηρήσουν το ενδιαφέρον ζωντανό. Η επιλογή τους γίνεται από τους ίδιους τους μαθητές μετά από ψηφοφορία. Όλοι οι μαθητές θα ήταν καλό να συμμετέχουν σε αυτή τη διαδικασία μέχρι το τέλος του βιβλίου. Για ποιο λόγο; Η μορφή του βιβλίου όπως αναφέραμε, είναι διαλογική και ευνοεί ένα είδος δραματοποίησης. Η σ υμμετοχή των μαθητών σε μια τέτοια διαδικασία, βοηθάει να εμπλακούν αλλά και να εμπλέξουν τους συμμαθητές τους σε ένα παιχνίδι ρόλων. «Η δραματοποίηση είναι ένας παιδαγωγικός τρόπος που οδηγεί το παιδί να βιώσει και να μεταλλάξει σε εμπειρίες τις πληροφορίες-γνώσεις και τις συνειδητές και τις ασυνείδητες ποιότητες του εσωτερικού κόσμου, εκφράζοντας τις δυναμικά μέσα από το σώμα και το λόγο στον εξωτερικό κόσμο».[Άλκηστις, *Το βιβλίο της δραματοποίησης*, Αθήνα, 1989, Άλκηστις, σε. 42]

Το βιβλίο του *Hans Magnus Enzensberger* έχει, όπως αναφέραμε, το εξής χαρακτηριστικό γνώρισμα: είναι γραμμένο σε διαλογική μορφή. Με τον τρόπο αυτό μας παρουσιάζει σε ένα μεγάλο μέρος του την εξέλιξη του αριθμού στην ιστορία των μαθηματικών. Από την αρχή, μας εισάγει την έννοια τ ου «απείρου» και της «πυκνότητας» των πραγματικών αριθμών. Χωρίς να αναφέρει ακριβή πρόσωπα και χρονικές περιόδους, δίνει τη χρήση του ρωμαϊκού τρόπου γραφής για να καταλήξει στη σημασία της ύπαρξης του μηδενός. Περιγράφει με συμβολικό τρόπο τους άρρητους αριθμούς, τους πρώτους, τους τρίγωνους, τους τετράγωνους και καταλήγει στους αριθμούς της ακολουθίας *Fibonacci*. Στην έβδομη νύχτα, καταλήγει με τη βοήθεια μικρών πλαστικών, χρωματιστών κύβων να ολοκληρώσει το «παζλ» των αριθμών και να συνθέσει το τρίγωνο τ ου *Pascal*. Τότε ακριβώς, ξεκινάει ένας νέος κύκλος «μαγικών τρυκ» για τον μικρό Robert, μεταξύ των αριθμών που δομούν το διάσημο τρίγωνο.

1η Νύχτα
Σκέψεις – Δραστηριότητες

Ο Robert όπως κάθε βράδυ αποκοιμήθηκε… Ποιος θα ήταν ο αποψινός του εφιάλτης; Κάθε βράδυ βλέπει περιπετειώδη όνειρα, όπου πότε τον καταπίνει μια τεράστια φάλαινα, πότε κατεβαίνει με ιλιγγιώδη ταχύτητα μια πανύψηλη τσουλήθρα και πότε βλέπει ένα πολυπόθητο ποδήλατο που ποτέ δεν καταλήγει στα χέρια του. Απόψε όμως, κάνει τη θεαματική του πρώτη εμφάνιση το Πειραχτήρι τον Αριθμών. Ένας διαβολάκος βουτηγμένος στους αριθμούς και έτοιμος να εκνευρίσει για τα καλά το κοιμισμένο αγόρι. «Ποιος είσαι;» είναι τα πρώτα λόγια του Robert και τότε αρχίζουν όλα.

- Τι θέλει να δείξει το Πειραχτήρι με τους υπολογισμούς 1+1+1+1+……και $\frac{1}{1}, \frac{1}{1+1}, \frac{1}{1+1+1}, \ldots\ldots$; Ποιους αριθμούς περιγράφει;
- Γιατί ο πολλαπλασιασμός 11 111 111 111 x 11 111 111 111 δεν ανταποκρίνεται στις προσδοκίες του Πειραχτηριού;
- Γιατί πιστεύετε ότι στη σελίδα 29, το Πειραχτήρι δείχνει τόσο εκνευρισμένο; Σχολιάστε: «Στα μαθηματικά δεν μαντεύουμε!»

2η Νύχτα
Σκέψεις – Δραστηριότητες

Δεν είναι δυνατόν! Αυτό το παράξενο γέρικο ανθρωπάκι επισκέπτεται για δεύτερη φορά τον ήρωα μας. Και μάλιστα καθισμένος πάνω σε ένα μανιτάρι. Σήμερα θα μας ταξιδέψει στην Ινδία και το θεσιακό σύστημα.

- Έχετε αλήθεια προσπαθήσει να γράψετε με ρωμαϊκούς αριθμούς την ημερομηνία της γέννησης σας; Για προσπαθήστε.

Το αριθμητικό σύστημα των Mayas είχε μηδέν!

- Ποια είναι η σημασία του μηδενός;
- Ποια η ιστορία του μηδενός;

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. Denis Guedj: *Το Θεώρημα του Παπαγάλου*, Εκδόσεις Πόλις

2. Charles Seife: *Zero-The Biography of a Dangerous Idea*, Penguin Books, 2000

3η Νύχτα
Σκέψεις – Δραστηριότητες

Οι πρώτοι και καλύτεροι αριθμοί (prima donnas στα Αγγλικά και μάλλον πιο πετυχημένο ως ονομασία) θα απασχολήσουν κυρίως το 3ο όνειρο του Robert, με καθοδηγητή το Πειραχτήρι. Στα μαθηματικά πρώτος αριθμός είναι ένας φυσικός αριθμός μεγαλύτερος της μονάδας με την ιδιότητα οι μόνοι φυσικοί διαιρέτες του να είναι η μονάδα και ο εαυτός του. Η ακολουθία των πρώτων ξεκινάει παρακάτω:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113 ...

Η εύρεση των πρώτων αριθμών απασχόλησε από την αρχαιότητα τους μαθηματικούς. Ένας από τους πιο απλούς αλλά και αργούς τρόπους για (μαζική) εύρεση πολλών πρώτων είναι το λεγόμενο *Κόσκινο του Ερατοσθένη*: Στο σύνολο των φυσικών αριθμών – πρακτικά έως κάποιο μεγάλο αριθμό Ν – αρχίζουμε και αποκλείουμε πρώτα τα πολλαπλάσια του 2, μετά τα πολλαπλάσια του επόμενου μη διαγραμμένου αριθμού κ.ο.κ. έως το Ν. Παρατηρούμε ότι όλο και λιγότερους αριθμούς θα βρίσκουμε προς διαγραφή. Οι αριθμοί που θα απομείνουν είναι όλοι πρώτοι. Το *Κόσκινο του Ερατοσθένη* είναι ένας αργός αλγόριθμος για να διαπιστώσουμε εάν ένας συγκεκριμένος αριθμός Ν είναι πρώτος ή όχι. Στις 15 Δεκεμβρίου 2005 ανακαλύφθηκε ο μεγαλύτερος γνωστός αριθμός. Είναι ο $\mathbf{2^{30.402.457} - 1}$ και έχει 9.152.052 ψηφία. Ένα από τα ανοιχτά ερωτήματα της σύγχρονης θεωρίας αριθμών είναι το πρόβλημα της παραγοντοποίησης μεγάλων ακεραίων, δηλαδή της εύρεσης εκτελέσιμου αλγορίθμου παραγοντοποίησης. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος αναπτύχθηκε η κρυπτογραφία δημόσιου κλειδιού και ειδικότερα του κρυπτοσυστήματος RSA.[http://el.wikipedia.org].

- Βρείτε τους αριθμούς που δεν είναι πρώτοι και καλύτεροι.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

«Κόσκινο του Ερατοσθένη»

- «Διάλεξε όποιον ζυγό θέλεις. […] Μόνο να είναι μεγαλύτερος απ΄ το δύο. Και θα σου δείξω ότι είναι το άθροισμα δύο πρώτων και καλύτερων αριθμών…..Κανείς δεν μπόρεσε να βρει μια απόδειξη ότι είναι πάντοτε έτσι.»
  Μήπως αναφέρεται ο *Hans Magnus Enzensberger* σε συγκεκριμένο πρόβλημα των μαθηματικών; Για…..ψάξτε!
  (Εικασία του *Goldbach*)
- Αναφορά στην εικασία του *Riemann*.
- «[…] πάρε έναν αριθμό μεγαλύτερο από το ένα, […] και διπλασίασέ τον. […] Ανάμεσα σε αυτόν και τον διπλάσιό του υπάρχει πάντα […] τουλάχιστον ένας πρώτος και καλύτερος αριθμός.» Σε τι αναφέρεται το Πειραχτήρι; Υπάρχει απόδειξη; (Εικασία του *Betrand*)
- Πόσο σημαντικοί είναι οι πρώτοι αριθμοί στην Κρυπτογραφία;

<u>Προτεινόμενη Βιβλιογραφία</u>

1. Donald M. Davis:*Η Φύση και η Δύναμη των μαθηματικών*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης

2.Απόστολος Δοξιάδης: *Ο Θείος Πέτρος και η Εικασία του Γκόλντμπαχ*, Εκδόσεις Καστανιώτης

3. Denis Guedj :*Τα Αστέρια της Βερενίκης*, Εκδόσεις Ψυχογιός

4. Simon Singh**:** *Κώδικες και Μυστικά*, Εκδόσεις Τραυλός

5. Simon Singh**:** *Το Τελευταίο Θεώρημα του Φερμά*, Εκδόσεις Τραυλός

6. Marcus du Sautoy: Η Μουσική των Πρώτων Αριθμών (σ. 255, 264 για Εικασία Bertrand), Εκδόσεις Τραυλός

4η Νύχτα
Σκέψεις – Δραστηριότητες

Στα χνάρια του *Ίππασου* κινείται αυτή τη φορά η δράση. Στην θάλασσα…..Γιατί άραγε επέλεξε ο *Hans Magnus Enzensberger* αυτό το σκηνικό; Ίσως για να μας μυήσει στην πρώτη μεγάλη επανάσταση στην ιστορία των μαθηματικών, την αρρητότητα!

- Συζήτηση. Πυθαγόρειο Θεώρημα. Πως ανακαλύφθηκε το $\sqrt{2}$; Ιστορία με *Ίππασο*. κ.τ.λ.

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. Donald M. Davis:*Η Φύση και η Δύναμη των μαθηματικών*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης

2. Denis Guedj: *Το Θεώρημα του Παπαγάλου*, Εκδόσεις Πόλις

3. B.L.Van der Waerden: *Η Αφύπνιση της Επιστήμης*: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

5η Νύχτα
Σκέψεις – Δραστηριότητες

Οι διακοπές στη θάλασσα συνεχίζονται και σε αυτό το όνειρο. Ποιος θα το περίμενε ότι ο Robert θα μάθαινε για τους τρίγωνους αριθμούς από τις καρύδες; Μάλιστα, τις καρύδες! Οι τρίγωνοι και οι τετράγωνοι αριθμοί ανήκουν στην κατηγοριοποίηση των αριθμών από τους Πυθαγορείους.

- Δραστηριότητα στην σελίδα 107.
- Μπορείτε να περιγράψετε την ιστορία του από τους Βαβυλώνιους έως σήμερα;

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. Denis Guedj: *Το Θεώρημα του Παπαγάλου*, Εκδόσεις Πόλις

2. B.L.Van der Waerden: *Η Αφύπνιση της Ε πιστήμης*: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

6η Νύχτα
Σκέψεις – Δραστηριότητες

Στην έκτη νύχτα έχει ολοκληρωθεί η γνωριμία του Robert με τους αριθμούς και ελπίζουμε και η δική σας. Αρχίζουν οι παράξενες συμπτώσεις που κάνουν τα μαθηματικά τόσο μυστήρια, όσο και διασκεδαστικά. Οι αριθμοί *Fibonacci* κλέβουν την παράσταση. «Εάν είχατε ένα ζευγάρι λαγών και γεννούσαν ένα λαγουδάκι και»… καταλήγουμε στην ακολουθία των αριθμών *Fibonacci*, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,… Τους αριθμούς αυτούς θα τους συνδέσουμε στη συνέχεια και με τον μαγικό αριθμό φ.

- Που συναντάμε τους αριθμούς της ακολουθία *Fibonacci* στη φύση;
- Θεωρούμε ότι έχουμε μια σειρά από 7 καρέκλες. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουνε σ΄ αυτές άνδρες και γυναίκες, έτσι ώστε να μην είναι δυνατόν να μην κάθονται δίπλα- δίπλα δύο γυναίκες;

  [Martin Gardner: *Το Πανηγύρι των Μαθηματικών*, Μετάφραση: Θ. Παπαδόπουλος, Εκδόσεις Τροχαλία, Αθήνα 1986, σ.. 177].

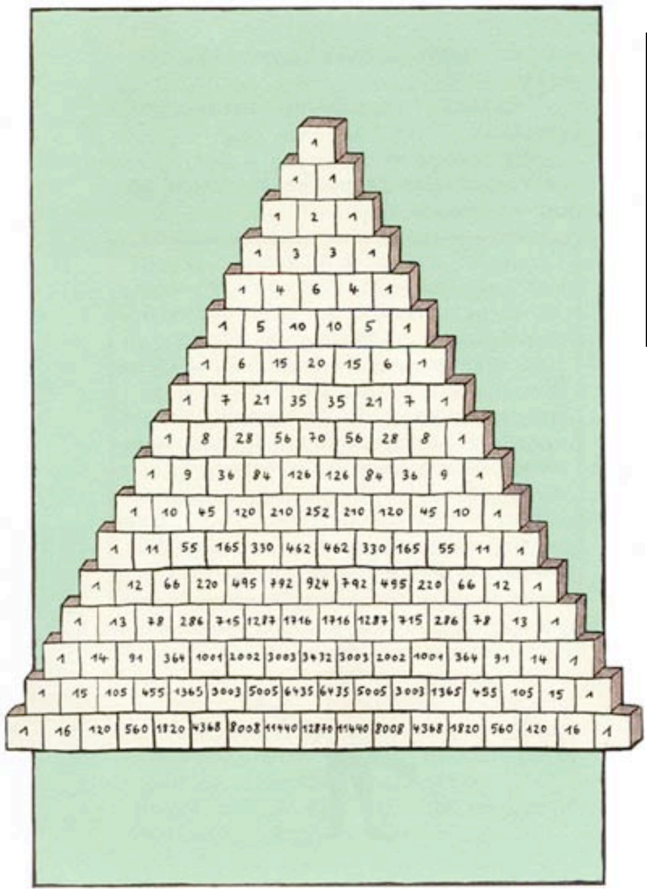
  (Ανάγωγη του προβλήματος σε πιο απλό. Διαδικασία Λύσης Προβλήματος. Ο καθηγητής παίζει το ρόλο του διαπραγματευτή)

7η Νύχτα
Σκέψεις - Δραστηριότητες

Στην έβδομη νύχτα, ο Robert δείχνει να έχει συνηθίσει και μάλλον να απολαμβάνει τη παρουσία του άλλοτε ενοχλητικού διαβολάκου. Το πρόγραμμα περιλαμβάνει σήμερα το τρίγωνο του *Pascal*. O *Blaise Pascal* ήταν γάλλος μαθηματικός, φυσικός, φιλόσοφος και συγγραφέας. Σε ηλικία 12 ετών διατύπωσε τα πρώτα του θεωρήματα στη γεωμετρία και στα δεκαέξι του χρόνια έγραψε το σύγγραμμα «Περί των κωνικών τομών», ενώ την ίδια εποχή ανακάλυψε τη πρώτη αριθμομηχανή. Μεταξύ του 1646 και 1649 ασχολείται με πειράματα Φυσικής και εκδίδει το «Περί κενού σύγγραμμα». Θεμελίωσε επίσης, τη θεωρία πιθανοτήτων και τον απειροστικό λογισμό. Πέθανε σε ηλικία 39 ετών.

Το τρίγωνο της παρακάτω εικόνας, ονομάστηκε τρίγωνο *Pascal* γιατί ήταν ο πρώτος που έγραψε σχετικά με αυτό στην «Πραγματεία πάνω στο Αριθμητικό Τρίγωνο», το 1653. Το τρίγωνο αυτό ήταν από πριν γνωστό. Είχε εμφανιστεί στη σελίδα τίτλων ενός βιβλίου αριθμητικής των αρχών του 16^{ου} αιώνα του αστρονόμου *Petrus Apianus*. Επίσης, μια εικόνα σ' ένα βιβλίο του 1303 ενός Κινέζου μαθηματικού περιγράφει το τριγωνικό σχέδιο. Κάποιες πρόσφατες έρευνες τοποθετούν τη καταγωγή του ακόμα πιο πίσω. Ο *Omar Khayyám*, μαθηματικός και φιλόσοφος, γνώριζε το τρίγωνο γύρω στα 1110, ίσως μάλιστα να το είχε γνωρίσει και αυτός από Κινεζικές ή Ινδικές αρχές. [Martin Gardner: *Το Πανηγύρι των Μαθηματικών*, Μετάφραση: Θ. Παπαδόπουλος, Εκδόσεις Τροχαλία, Αθήνα 1986, σ. 174-175].

- Σχολιάστε τη φράση: «Τα μαθηματικά είναι μια ιστορία χωρίς τέλος».
- Που συναντάμε τον *Pascal* στη Φυσική (θέματα πίεσης);

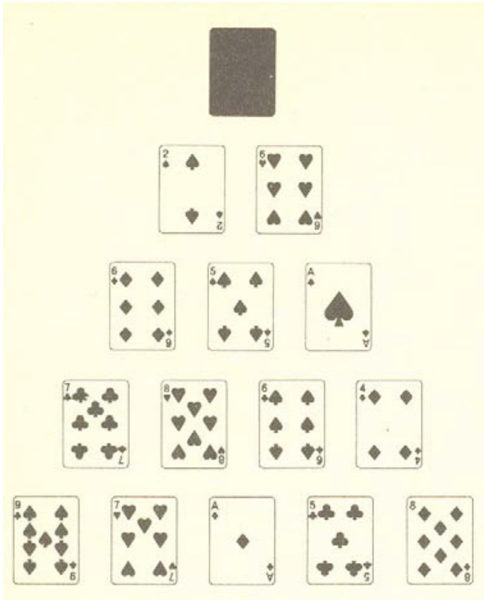


- (Μοιράζεται σε όλους τους μαθητές το τρίγωνο του Pascal της εικόνας στη σ. 150)
Βρείτε τους πρωταγωνιστές αριθμούς που έχουμε συναντήσει ως τώρα στο βιβλίο. Που κρύβονται οι αριθμοί της ακολουθίας Fibonacci;

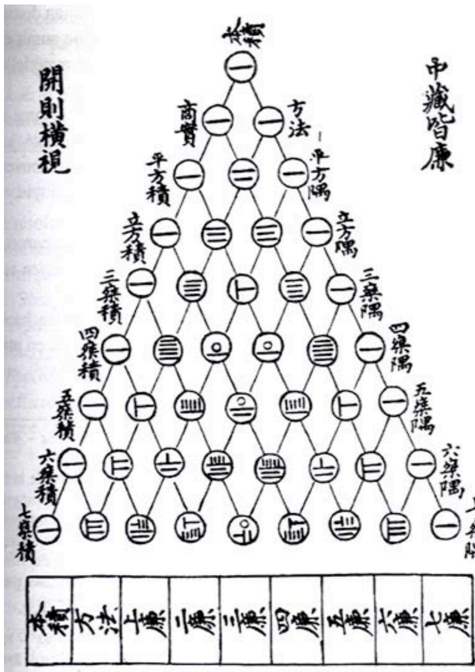
- Στη σελίδα 148, διαβάζουμε: «Το τρίγωνο μας όμως είναι τουλάχιστον δύο χιλιάδων χρόνων. Νομίζω ότι κάποιος Κινέζος κατέβασε την ιδέα». Ποια είναι η ιστορία του τριγώνου;

● *Μαγικό τρυκ με τράπουλα*

Ένας μαθητής το παρουσιάζει στους συμμαθητές του. Χρειάζεται μία τράπουλα από την οποία αφαιρούμε τα δεκάρια και τις φιγούρες.
Ο ταχυδαχτυλουργός – μαθητής ζητάει από έναν εθελοντή συμμαθητή του να ανοίξει πέντε χαρτιά τυχαία στη σειρά. Αυτός παίρνει αμέσως ένα χαρτί και το τοποθετεί κλειστό κάπου ψηλότερα από την προηγούμενη σειρά. (Βλ.εικόνα) Ο εθελοντής στη συνέχεια κατασκευάζει μια πυραμίδα από χαρτιά με τον ακόλουθο τρόπο: προσθέτει δυο – δυο τα ανοιχτά φύλλα της σειράς. Αν το άθροισμα είναι διψήφιο αφαιρεί από αυτόν τον αριθμό 9 ή προσθέτει τα δύο ψηφία του. Ένα καινούργιο φύλλο που αντιστοιχεί στον αριθμό που προκύπτει τοποθετείται στη συνέχεια πάνω και ανάμεσα από αυτά που άθροισε λίγο νωρίτερα.
Για παράδειγμα, εάν προσθέσουμε τα δύο πρώτα χαρτιά της εικόνας δίπλα θα πάρουμε 9 + 7 = 16, 1 + 6 = 7. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι να φτάσει η εξέλιξη της πυραμίδας στο κλειστό χαρτί, το οποίο βρίσκεται στην κορυφή. Όταν αυτό αναποδογυριστεί, αποδεικνύεται ότι είναι το σωστό χαρτί για το τελευταίο άθροισμα.



[Martin Gardner*: Το Πανηγύρι των Μαθηματικών*, Μετάφραση: Θ. Παπαδόπουλος, Εκδόσεις Τροχαλία, Αθήνα 1986, σ. 174-175].



Κινεζικό Τρίγωνο του Pascal από τον *Καθρέπτη από Νεφρίτη των Αγνώστων* (1303). [*Une histoire des mathématiques chinoises*, Kiyosi Yabuuti]

8η Νύχτα
Σκέψεις – Δραστηριότητες

Όγδοη νύχτα. Ο κύριος *Enzensberger* επιλέγει σαν σκηνικό τη σχολική τάξη και ηθοποιούς τους συμμαθητές του Robert. Το ρόλο του «κονφερασιέ» παίζει… μα και βέβαια αυτός που όλοι φαντάζεστε! Θέμα της αποψινής βραδιάς είναι η Συνδυαστική, Μεταθέσεις και Συνδυασμοί των ν ανά κ.

- Βιωματική δραστηριότητα: Οι μαθητές παίρνουν αντίστοιχα το ρόλο της Βίλι, του Άλμπερτ, του Γουόλτ, κ.τ.λ.. Η ανάγνωση του κειμένου γίνεται ταυτόχρονα με τη δράση των μαθητών. Συντονιστής είναι ο καθηγητής του προγράμματος, που έχει το ρόλο του διαπραγματευτή. Σκοπός, να καταλήξουν οι μαθητές να εμπλακούν όσο το δυνατό περισσότερο και να φτάσουν από μόνοι τους στο συμπέρασμα.
- Βιωματική δραστηριότητα: Το πρόβλημα με τις χειραψίες ή παραλλαγή αυτού με σημεία και ευθείες. Δηλαδή, πόσες ευθείες διέρχονται από ν σημεία. Ανάγωγη του προβλήματος σε πιο απλό. Διαδικασία Λύσης Προβλήματος. Ο καθηγητής παίζει το ρόλο του διαπραγματευτή.
- Σύνδεση με το τρίγωνο του *Pascal*.

9η Νύχτα
Σκέψεις - Δραστηριότητες

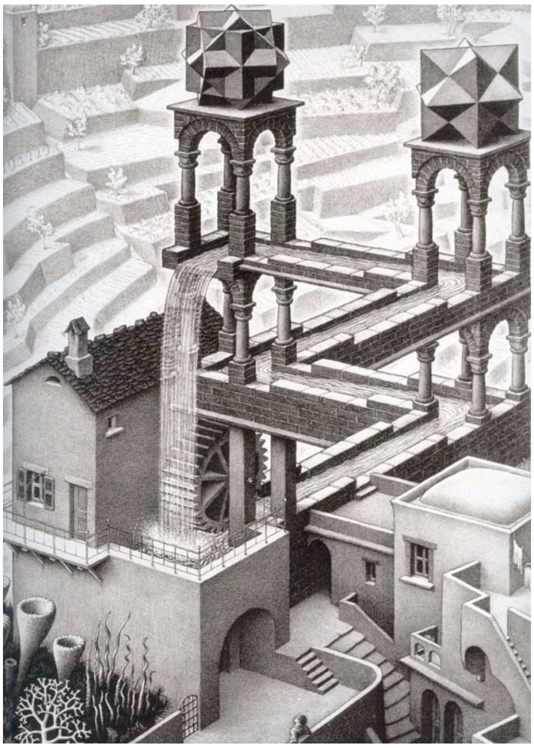
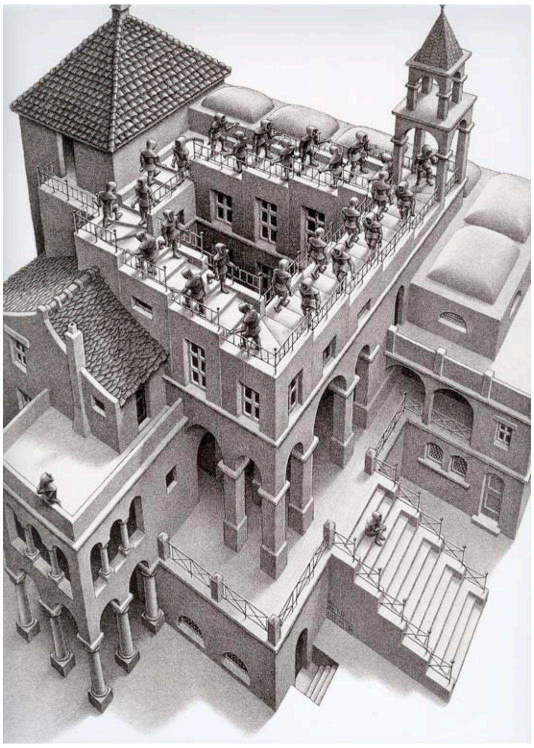
Στην ένατη νύχτα το Πειραχτήρι των Αριθμών εισβάλλει για ακόμα μια φορά στον ονειρικό κόσμο του μικρού, αλλά τολμηρού Robert. Αυτή τη φορά την τιμητική του έχει το Άπειρο. Μέσα από μια απλουστευμένη μορφή του Παράδοξου του *Ζήνωνα*, το Πειραχτήρι προσπαθεί να μυήσει τον μικρό μαθητή του στο ταξίδι προς το άπιαστο Ένα. Την έννοια του Απείρου τη συναντάμε για πρώτη φορά στην Αρχαία Ελλάδα το 450 π.Χ., στην *Ελεατική Σχολή*. Ο *Ζήνων ο Ελεάτης* παρήγαγε τέσσερα παράδοξα, όπως μας αναφέρει ο *Αριστοτέλης* στα Φυσικά [Φυσική Ακρόασις VI, 239b-240b], στα οποία μας παρουσιάζει μέσω ενός μοντέλου Δρομέα - Αγώνα τη φύση της Συνέχειας και του Απείρου.

- Σχολιάστε το διάλογο:

«-Μπορώ να τραβήξω κάνοντας αυτή τη δουλειά ώσπου να πέσω κάτω αναίσθητος. Στους αιώνες των αιώνων. Θα κοντεύω να φτάσω στο Ένα. Αλλά ποτέ δε θα φτάσω ακριβώς πάνω του.
-Και όμως δεν έχεις παρά να συνεχίσεις επ' άπειρον.»

Ποιο ήταν το πρώτο «Πειραχτήρι» των μαθηματικών που μέσω της διαδικασίας που περιγράφεται στη σελίδα 187, μας παρουσίασε το Άπειρο;
Πόσο σημαντική είναι η έννοια του Απείρου στα μαθηματικά;

- Τι σχέση έχουν οι δύο εικόνες με τα προηγούμενα;

«Αέναος Κίνηση», 1961 «Ανεβαίνοντας και Κατεβαίνοντας», Λιθογραφία 1960

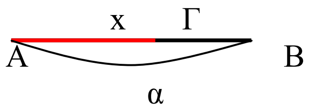
M.C.Escher

- Ποια καλλιτεχνικά ρεύματα επηρεάστηκαν από τα μαθηματικά;
- Στη Φύση, τι ισχύει; Υπάρχει το αντίστοιχο φαινόμενο της Μοιρασιάς της Τσίχλας; (Ατομική Θεωρία της Ύλης-Ατομική Θεωρία του Ηλεκτρισμού)

10η Νύχτα

Σκέψεις – Δραστηριότητες

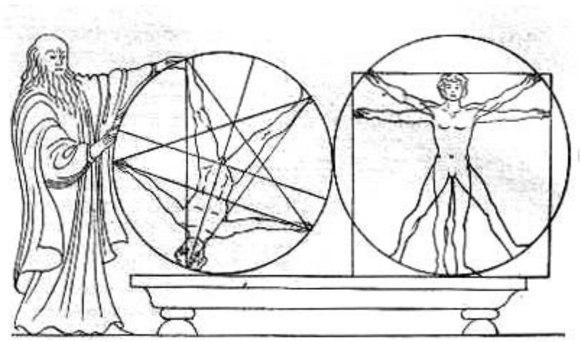
Αν μπορούσαμε να δούμε μια νιφάδα χιονιού στο μικροσκόπιο, τι σχήμα θα είχε; Για τον Robert είναι εξάγωνα μέσα σε εξάγωνα, μέσα σε άλλα εξάγωνα… Ας μην βιαζόμαστε όμως: το Πειραχτήρι έχει ετοιμάσει για το μαθητή του τον αριθμό φ και τα πλατωνικά στερεά. Αν πάμε στην Αρχαία Ελλάδα, στα μαθηματικά των Πυθαγορείων θα συναντήσουμε τη χρυσή τομή, η οποία εάν έχουμε δύο μήκη α, x:

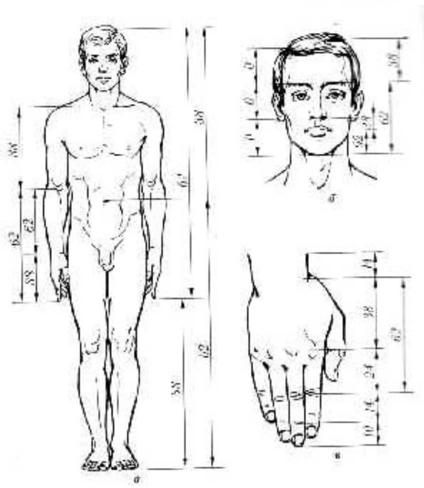


Τότε $x^2 = α(α-x)$ και $\frac{a}{x} = 1618 = \phi$.

Ο αριθμός φ θα λέγαμε ότι είναι ένας μαγικός αριθμός που συναντάται στη φύση, στην αρχιτεκτονική, στη ζωγραφική ακόμα και στο ανθρώπινο σώμα…

- Τι κοινό έχουν ένα κανονικό πεντάγωνο, ο Παρθενώνας, ένα σχέδιο του *Leonardo da Vinci*, ο πίνακας The Sacrament of the Last Supper του *Salvador Dali* (1904-1989), ένα κοχύλι, μια πεταλούδα, το ανθρώπινο σώμα……
[http://www.goldenmuseum.com/index_engl.html]





- Θυμηθείτε τους αριθμούς *Fibonacci*. Π ως συνδέονται με τον μαγικό αριθμό φ;
- Ο «αναθεματισμένος, παλαβιάρης» αριθμός φ είναι ένας αριθμός με πολύ ισχυρή προσωπικότητα, όπως θα είδατε. Υπάρχουν άλλοι τέτοιοι αριθμοί;
 Πώς και γιατί δημιουργήθηκαν; (π, e ,i)
- Στη σελίδα 212, η δραστηριότητα που

προτείνει ο συγγραφέας.

- Ποια είναι η σημασία των κανονικών στερεών στην Ακαδημία του *Πλάτωνα*;

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. Denis Guedj: *Το Θεώρημα του Παπαγάλου*, Μετάφραση: Τεύκρος Μηχαηλίδης, Εκδόσεις Πόλις, Αθήνα 1999

2. B.L.Van der Waerden: *Η Αφύπνιση της Επιστήμης*: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

3. P.J. Davis- R.Hersh: *Η Μαθηματική Εμπειρία*, Εκδόσεις Τροχαλία

4. Donald M. Davis:*Η Φύση και η Δύναμη των μαθηματικών*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης

11η Νύχτα
Σκέψεις – Δραστηριότητες

Στην προτελευταία νύχτα, ο Robert δείχνει πιο ώριμος. Το Πειραχτήρι όλες αυτές τις βραδιές προσπαθεί να εντυπωσιάσει τον μικρό, αποκαλύπτοντας κόλπα και ιστορίες φημισμένες στα μαθηματικά. Αλλά ο Robert διερωτάται το «Γιατί;», γιατί συμβαίνουν όλα αυτά; […] «εγώ ένα έχω να πω: μου έδειξες ένα σωρό πράγματα αλλά δε μου απέδειξες τίποτα». Πράγματι, η ύπαρξη της απόδειξης είναι αυτή που δομεί όλο το μαθηματικό στερέωμα. Για την απόδειξη και τη σημασία της προτείνονται οι δραστηριότητες στο 2^o μέρος της παρουσίασης μας.

12η Νύχτα
Σκέψεις – Δραστηριότητες

Όπως σε κάθε ιστορία μυστήριου υπάρχει ένα αποκαλυπτικό τέλος, έτσι το μάλλον σουρεαλιστικό τέλος της Οδύσσειας του Robert τελειώνει με ένα έξω-γαλαξιακό ταξίδι στη χώρα όπου βασιλεύουν οι αστέρες των μαθηματικών. Αιγύπτιοι, Έλληνες, Άραβες, Εγγλέζοι, Τούρκοι, Κινέζοι, Ινδοί, Αμερικάνοι και κάθε λογής εθνικοτήτων μαθηματικοί από όλο τον κόσμο που ανακάλυψαν μαθηματικές έννοιες για όλο τον κόσμο. Ο Robert, μυημένος πλέον στο χώρο των μαθηματικών, έχει τη τύχη να τους βλέπει από κοντά και να αφουγκράζεται την μαθηματική τους διάνοια.

- Συναντάμε το φανταστικό αριθμό i στη Φυσική; [Παρά το παραπλανητικό τους όνομα, οι φανταστικοί αριθμοί είναι όχι μόνο υπαρκτοί αλλά και πολύ χρήσιμοι, με εφαρμογή στον ηλεκτρισμό, στην επεξεργασία σημάτων και σε πολλές άλλες εφαρμογές. Η πολική μορφή των μιγαδικών αριθμών τους καθιστά ιδανικούς για την αναπαράσταση περιστρεφόμενων διανυσμάτων και φάσεων και συνεπώς χρησιμοποιούνται ευρύτατα στην ηλεκτρονική (για την αναπαράσταση εναλλασσόμενων ρευμάτων), στην κυματική και γενικά στη μελέτη των περιοδικών φαινομένων] [http://el.wikipedia.org].
- Ποια Πειραχτήρια συναντάει στο Παράδεισο των Αριθμών;
- Ποιες είναι αυτές οι έξι-εφτά γυναίκες Πειραχτήρια που συνάντησε ο Robert και για ποιο λόγο είναι γνωστές;
- «Τα Μαθηματικά, ήταν αντρική υπόθεση». Συμφωνείτε ή διαφωνείτε;
- Γράψτε το δικό σας τέλος για το βιβλίο.